Cálculo I: Grado en Matemáticas y doble grado Mat/Inf. **Examen Parcial 1**

SOLUCIONES:

(*Este examen consta de 5 ejercicios y tiene una duración de 2 horas*) 21 de noviembre, 2022

Las soluciones deben estar razonadas, se debe comentar el procedimiento empleado y nombrar los teoremas y resultados utilizados.

1) Sea E un conjunto acotado y L su supremo. Demuestra que para todo $\varepsilon > 0$ existe un $x \in E$ tal que $x > L - \varepsilon$.

2) Definimos la sucesión (a_n) por

$$a_1 = \sqrt{2}$$
$$a_{n+1} = \sqrt{2 + \sqrt{a_n}} \qquad \text{para todo } n \geq 1$$

Demuestra que la sucesión es convergente.

3) Decide razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si $a_n \to 0$, $a_n \neq 0$ para todo n y $a_n b_n$ es convergente, entonces la sucesión (b_n) es convergente.

b) Si $a_n \to 1$, $a_n \neq 0$ para todo n y $a_n b_n$ es convergente, entonces la sucesión (b_n) es convergente.

c) Si $\sum a_n$ es convergente, entonces $\sum \sqrt{|a_n|}$ es convergente.

4) Estudia la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum \frac{n^2}{n^3+1} \qquad b) \sum \frac{\cos(\pi n)}{\sqrt{n}} \qquad c) \sum \frac{\cos(2^n)(n!)^2}{2^{n^2}}$$