Universidad Autónoma de Madrid 20 de enero de 2023

1º de Físicas

Algebra I.

Examen final

Apellidos: ______________________________

Nombre, grupo: ______________________________

DNI/NIE: ______________________________

(Cada ejercicio debe entregarse en una hoja distinta)

E.1(25 puntos). Sea A la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & \beta & -1 \end{pmatrix}$ con $\beta \in \mathbb{R}$. Se pide:

a.(5 puntos). Calcular el polinomio característico y los valores propios (o autovalores) de A .

b.(10 puntos). Para cada autovalor encontrado en el apartado anterior exhibir un conjunto con el mayor número posible de autovectores linealmente independientes.

c.(10 puntos). Decidir si para algún valor de β existe una base de $\mathbb{R}^3$ en la que la matriz diagonaliza y en tal caso mostrar dicha base y la forma diagonal de la matriz.

E.2(15 puntos). Decide si existen aplicaciones con las propiedades que se piden a continuación. Si la respuesta es afirmativa dar un ejemplo y si es negativa explicar por qué.

a.(5 puntos). $f_1 : \mathbb{R}^6 \to M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ lineal e inyectiva.

b.(5 puntos). $f_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ lineal con $Kerf = Imf$.

c.(5 puntos). $f_3 : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ lineal si $\mathbb{C}^3$ se considera como espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ pero no lineal si se considera como espacio vectorial sobre $\mathbb{C}$.

E.3 (20 puntos). En el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$ definimos los vectores $v_1 = (1, 1, 1, 2), v_2 = (2, 0, 1, 1)$, $v_3 = (1, 1, 1, 0), v_4 = (1, 0, 1, 1)$ y $v_5 = (4, 0, 2, 4)$ y consideramos los subespacios $V_1 = \langle v_1, v_2, v_3\rangle$ y $V_2 = \langle v_4, v_5\rangle$.

a.(10 puntos). Encuentra bases de los espacios vectoriales V_1 , V_2 y $V_1 + V_2$

b.(10 puntos). Decide razonadamente si $V_1 + V_2$ es la suma directa de V_1 y V_2. Si la respuesta es negativa da una base de $V_1 \cap V_2$.

E.4 (10 puntos). Escibe en forma binómica (o cartesiana) todas lar raíces complejas de -5.