

Álgebra I (Primera prueba parcial)

APELLIDOS: _____

NOMBRE: _____ DNI/NIE: _____

E.1(7 puntos).

a.(3 puntos). Demostrar que toda raíz compleja de la ecuación $w^5 = 1$, distinta de 1, satisface la ecuación

$$(*) \quad w^2 + w^{-2} + w + w^{-1} + 1 = 0.$$

Expresar las raíces de la ecuación (*) en forma polar y en forma binómica.

b.(4 puntos). Sea w una raíz de la ecuación (*) y sea $u = w + w^{-1}$. Demostrar que u satisface una ecuación cuadrática con coeficientes enteros. Utilizarlo para calcular $\cos(\frac{2\pi}{5})$ y $\cos(\frac{4\pi}{5})$.

E.2 (8 puntos).

a.(4 puntos). Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & 7 & -6 & -2 \\ 5 & 8 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

como función de λ .

b.(2 puntos). ¿Para qué valores de λ las columnas de A generan \mathbb{R}^3 ?

c.(2 puntos). ¿Para qué valores de λ las filas de A generan \mathbb{R}^4 ?