

El conjunto de datos `DatosNOSL` contiene información de 100 pacientes normales (grupo `NO`, $Y = 0$) y de 150 pacientes con espondilolistesis (grupo `SL`, $Y = 1$), una afección de la columna vertebral en la que una vértebra se desliza hacia adelante sobre la que está debajo. En cada paciente se miden seis características biomecánicas obtenidas a partir de la forma y orientación de la pelvis y de la columna lumbar¹:

V1	Incidencia pélvica
V2	Inclinación pélvica
V3	Angulo de lordosis lumbar
V4	Pendiente del sacro
V5	Radio pélvico
V6	Grado de espondilolistesis
V7	Clase (<code>SL</code> o <code>NO</code>)

Se ofrece a continuación una vista parcial de los datos:

```
head(DatosNOSL)

      V1    V2    V3    V4    V5    V6 V7
74.38 32.05 78.77 42.32 143.56 56.13 SL
89.68 32.70 83.13 56.98 129.96 92.03 SL
44.53  9.43 52.00 35.10 134.71 29.11 SL
77.69 21.38 64.43 56.31 114.82 26.93 SL
76.15 21.94 82.96 54.21 123.93 10.43 SL
83.93 41.29 62.00 42.65 115.01 26.59 SL
```

Se ajusta con R un modelo de regresión logística a `DatosNOSL` obteniéndose la siguiente salida, en la que se han sustituido algunos valores por letras.

```
reglog = glm(V7~V1+V2+V3+V4+V5+V6,data=DatosNOSL,family="binomial")

summary(reglog)

Call:
glm(formula = V7 ~ V1 + V2 + V3 + V4 + V5 + V6, family = "binomial",
    data = DatosNOSL)

Deviance Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.87275  -0.10493   0.00014   0.03487   2.52323

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -4.541516    4.860944  -0.934   0.350
V1           34.682723   73.264591   0.473   0.636
V2          -34.591437   73.276658   AAAA   BBBB
V3           -0.009126    0.045632  -0.200   0.841
V4          -34.624532   73.269332  -0.473   0.637
V5           -0.028484    0.028235  -1.009   0.313
V6           0.294571    0.054590   5.396 6.81e-08 ***
---

```

¹Fuente de los datos: UCI Machine Learning Repository, <http://archive.ics.uci.edu/ml>

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 336.506 on 249 degrees of freedom
Residual deviance: 45.721 on 243 degrees of freedom
AIC: CCCC

Number of Fisher Scoring iterations: 9

- a) Calcula el valor de AAAAA. ¿A qué contraste de hipótesis corresponde este estadístico? A nivel $\alpha = 0.1$, ¿cuál es la conclusión acerca del contraste?
- b) Calcula el valor de CCCC. A nivel $\alpha = 0.01$, usar el método de razón de verosimilitudes para contrastar si ninguna de las características influye conjuntamente sobre la clase Y .
- c) En un análisis biomecánico a un nuevo paciente se han observado las siguientes características:

V1	V2	V3	V4	V5	V6
80	30	70	60	90	50

Estima la probabilidad de que el paciente padezca espondilolistesis. ¿En cual de los dos grupos clasificaríamos al paciente?

Solución:

a) $AAAA = z(\beta_2) = \frac{\hat{\beta}_2}{\text{s.e.}(\hat{\beta}_2)} = -\frac{34.591437}{73.276658} = -0.4721$. Este estadístico corresponde al contraste de $H_0 : \beta_2 = 0$ frente a $H_0 : \beta_2 \neq 0$. El p-valor del contraste es $BBBB = 2\mathbb{P}\{Z > 0.4721\} = 0.6384$, que es mayor que $\alpha = 0.1$. Luego no podemos rechazar H_0 al 10%. También es válido llegar a esta conclusión comprobando que $|z(\beta_2)| = 0.4721 < z_{0.05} = 1.645$.

b) $CCCC =$ criterio de información de Akaike (AIC) $= D^2 + 2(p + 1) = 45.721 + 2(6 + 1) = 59.721$. El estadístico del contraste de razón de verosimilitudes para el contraste

$$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_6 = 0 \quad (\text{ninguna característica influye sobre la clase})$$

es $-2 \log \lambda_n = D_0^2 - D^2 = 336.506 - 45.721 = 290.785$. A nivel $\alpha = 0.01$, la región de rechazo es $R = \{-2 \log \lambda_n > \chi_{6;0.01}^2 = 16.81\}$. Por tanto, rechazamos H_0 a ese nivel.

c) Como $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 80 + \dots + \hat{\beta}_6 50 = -333.6125 < 0$, clasificamos al paciente en el grupo P_0 (normal). La probabilidad estimada de que el paciente padezca espondilolistesis es

$$\hat{\eta}(80, 30, 70, 60, 90, 50) = \frac{1}{1 + e^{-(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 80 + \dots + \hat{\beta}_6 50)}} = \frac{1}{1 + e^{333.6125}} \simeq 0.$$