

Dada una muestra de 10 observaciones, se ha ajustado un modelo de regresión simple por mínimos cuadrados, resultando

$$\hat{y}_i = 1 + 3x_i, \quad R^2 = 0.9, \quad s_R^2 = 2.$$

Calcula un intervalo de confianza para la pendiente de la recta con un nivel de confianza 0.95. ¿Podemos rechazar, con un nivel de significación de 0.05, la hipótesis nula de que la variable x no influye linealmente en la variable Y ?

Solución: Necesitamos calcular $S_{xx} = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$. De $s_R^2 = 2 = \text{RSS}/8$ obtenemos $\text{RSS} = 16$. De $R^2 = 0.9 = 1 - \text{RSS}/\text{TSS}$ obtenemos $\text{TSS} = \sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 160$. De $\hat{\beta}_1 = r \sqrt{S_{yy}/S_{xx}} = 3$ deducimos $S_{xx} = 16$.

$$\text{IC}_{95\%}(\beta_1) = \left(3 \mp 2.306 \sqrt{\frac{2}{16}} \right) = (3 \mp 0.815)$$

Contraste de hipótesis: $H_0 : \beta_1 = 0$ frente a $H_1 : \beta_1 \neq 0$ al nivel $\alpha = 0.05$

Estadístico del contraste: $t = \frac{3}{\sqrt{2/16}} = 8.4853$

Como $|t| > t_{8;0.025} = 2.306$ rechazamos H_0 al 5%.