

Con el fin de evaluar el trabajo de los directores de los 30 departamentos de una gran empresa, se llevó a cabo una encuesta a los empleados a su cargo en la que se les pidió que valoraran varias afirmaciones con una nota de 1 (máximo acuerdo) a 5 (máximo desacuerdo). Algunas de las variables eran: Y , el trabajo del director es en general satisfactorio; x_1 , el director gestiona correctamente las quejas de los empleados; x_2 , el director trata equitativamente a los empleados; x_3 , la asignación del trabajo es tal que los empleados pueden aprender cosas nuevas con frecuencia. El vector $(Y_i, x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})$ contiene la suma de puntos de las respuestas en el departamento i , donde $i = 1, \dots, 30$. Con estos datos se ajustó con R el modelo:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \epsilon_i,$$

donde las perturbaciones ϵ_i verifican las hipótesis habituales. Los resultados fueron los siguientes:

Call:

```
lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)
```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	11.2583	7.3183	1.538	0.1360
x1	0.6824	0.1288	5.296	1.54e-05
x2	-0.1033	0.1293	-0.799	0.4318
x3	0.2380	0.1394	1.707	0.0997

Residual standard error: 6.863 on 26 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.715, Adjusted R-squared: 0.6821

F-statistic: AAA on BBB and CCC DF, p-value: 2.936e-07

a) Calcula un intervalo de confianza de nivel 0.95 para el parámetro β_3 . Contrasta la hipótesis $H_0 : \beta_3 \leq 0$.

b) Determina el valor de AAA, BBB y CCC en la última línea de la salida anterior. ¿A qué hipótesis nula corresponde el p-valor que aparece en esta última línea?

Solución:

a)

$$IC(\beta_3) = (\hat{\beta}_3 \mp t_{26,0.025} se(\hat{\beta}_3)) = (0.2380 \mp 2.056 \cdot 0.1394) = (0.2380 \mp 0.2866)$$

La región de rechazo de $H_0 : \beta_3 \leq 0$ a nivel de significación α es $R = \{t(\beta_3) > t_{26,\alpha}\}$. Como $t(\beta_3) = 0.2380/0.1394 = 1.707$, $t_{26,0.05} = 1.706$ y $t_{26,0.01} = 2.479$, rechazamos H_0 a nivel 0.05, pero no a nivel 0.01.

b)

$$AAA = F = \frac{0.715}{1 - 0.715} \frac{26}{3} = 21.74$$

es el estadístico del contraste $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, cuyo p-valor es 2.936e-07.

$$BBB = \text{número de regresores} = 3 \quad \text{y} \quad CCC = \text{g.l. residuos} = 26$$