Condiciones para permutar la derivada con la integral

Sea una función $p(x, \theta)$, $x \in \mathbb{R}$, $\theta \in \mathbb{T}$, donde $\mathbb{T}$ es un intervalo abierto de $\mathbb{R}$. Supongamos que

(a) $p(x, \theta)$ es integrable como función de x para cada θ (esto se da automáticamente cuando $p(\cdot, \theta)$ es una densidad)

(b) Para casi todo punto x, existe $\frac{\partial}{\partial\theta} p(x, \theta)$, para todo θ.

(c) Existe una función integrable $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, tal que

$$|\frac{\partial}{\partial\theta} p(x, \theta)| \leq g(x), \ \forall\theta.$$

Entonces, para todo θ,

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \int_{\mathbb{R}} p(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}} \frac{\partial}{\partial\theta} p(x, \theta) dx$$

Hay otras versiones más generales de este resultado.