En el paquete `PairedData` de `R` aparece el conjunto de datos `Shoulder`. Se trata de la flexibilidad (medida en grados según el rango de movilidad del brazo) de los hombros izquierdo y derecho en un grupo de 15 nadadores (`Swimmer`) y en otro grupo de 15 personas sedentarias (`Control`). Para reproducir los datos con `R`, ejecutar el código

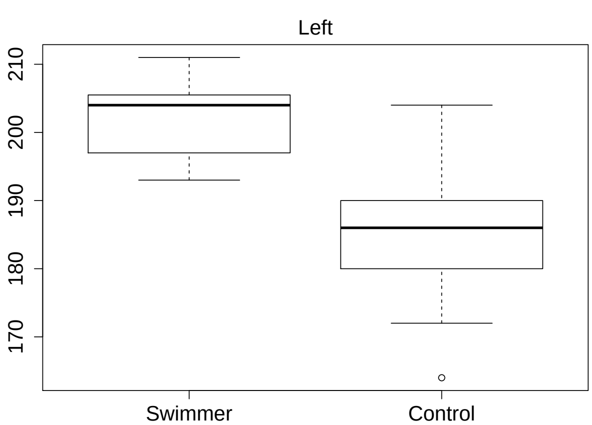
```
library("PairedData")
data(Shoulder)
Shoulder
```

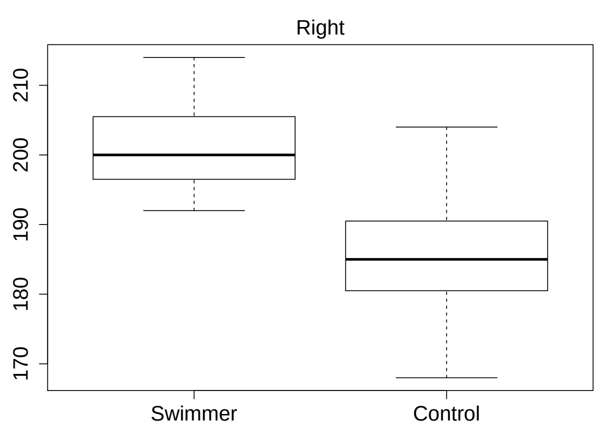
Algunos cálculos realizados sobre estas observaciones:

```
Nadador = (Shoulder$Group=="Swimmer")

HombrosNadador=Shoulder[Nadador,c("Left","Right")]
HombrosControl=Shoulder[!Nadador,c("Left","Right")]

mean(HombrosNadador$Left)
[1] 201.8
mean(HombrosNadador$Right)
[1] 200.9333
mean(HombrosControl$Left)
[1] 185.6
mean(HombrosControl$Right)
[1] 185.4667
var(HombrosNadador$Left)
[1] 28.45714
var(HombrosNadador$Right)
[1] 39.49524
var(HombrosControl$Left)
[1] 108.1143
var(HombrosControl$Right)
[1] 97.69524
```

a) Calcular un intervalo de confianza al nivel 0.95 para la diferencia entre las flexibilidades esperadas del hombro derecho e izquierdo en un nadador. Especifica las suposiciones previas para la resolución.
b) Determina un intervalo de confianza al 95 % para la flexibilidad esperada en el hombro derecho de un nadador. Especifica las suposiciones previas para resolver este apartado.
c) Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia entre las flexibilidades esperadas del hombro derecho en nadadores y controles.
d) Explica qué hace el siguiente código e interpreta el correspondiente output de `R`:

```
boxplot(Shoulder$Left~Shoulder$Group,main="Left")
boxplot(Shoulder$Right~Shoulder$Group,main="Right")
```





Solución: Denotamos, para un mismo nadador,

$$(X_I,X_D) \quad = \quad \text{(Flexibilidad hombro izquierdo,flexibilidad hombro derecho)}$$

y para un mismo control

$$(Y_I,Y_D) \quad = \quad \text{(Flexibilidad hombro izquierdo,flexibilidad hombro derecho).}$$

Las flexibilidades esperadas son

$$\mu_{NI} = E(X_I) \qquad \mu_{ND} = E(X_D) \qquad \mu_{CI} = E(Y_I) \qquad \mu_{CD} = E(Y_D).$$

a) Como X_I y X_D son variables emparejadas, suponemos que $D = X_I - X_D$ sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$. Los valores observados de D son

12.6 20.6 12.0 -2.0 4.6 -2.2 9.8 -0.2 10.8,

con media $\bar{d} = 0.8667$ y desviación típica $s_d = 2.7997$.

$$\mathrm{IC}_{95\,\%}(\mu_{ND} - \mu_{NI}) = \mathrm{IC}_{95\,\%}(\mu) = \left(\bar{d} \mp t_{14;0.025}\frac{s_d}{\sqrt{n}}\right) = \left(0.8667 \mp 2.145\frac{2.7997}{\sqrt{15}}\right) = (0.8667 \mp 1.551)$$

b) Suponemos $X_D \sim N(\mu_{ND}, \sigma_{ND})$.

$$\mathrm{IC}_{95\,\%}(\mu_{ND}) = \left(200.9333 \mp 2.145\sqrt{\frac{39.49524}{15}}\right) = (200.9333 \mp 3.4806)$$

c) Suponemos $X_D \sim N(\mu_{ND}, \sigma_{ND})$, $Y_D \sim N(\mu_{CD}, \sigma_{CD})$, y X e Y independientes. La varianza combinada es $s_p^2 = 68.595$.

$$\mathrm{IC}_{95\,\%}(\mu_{ND} - \mu_{CD}) = \left(200.9333 - 185.4667 \mp 2.048\sqrt{68.595\frac{2}{15}}\right) = (15.4666 \mp 6.1936)$$