Seminario de Análisis y Aplicaciones

Viernes, 8 de marzo de 2013

11:30 h., Módulo 17, Aula 520 (Departamento de Matemáticas, UAM)

Daniel Estévez

Universidad Autónoma de Madrid

El problema de extensión en espacios de Sobolev e interpoladores cuasi-óptimos.

Resumen:

Sea $\mathbb{X} = L^{r,p}(\mathbb{R}^n)$ el espacio de Sobolev homogéneo, o $\mathbb{X} = W^{r,p}(\mathbb{R}^n)$ el espacio de Sobolev no homogéneo, y $E \subset \mathbb{R}^n$. Consideramos el espacio de trazas $\mathbb{X}|_E = \{F|_E : F \in \mathbb{X}\}$, dotado con la norma cociente $\|f\|_{\mathbb{X}|_E} = \inf\{\|F\|_{\mathbb{X}} : F \in \mathbb{X},\ F|_E = f\}$. El problema de extensión pide construir un operador de extensión lineal acotado $T : \mathbb{X}|_E \to \mathbb{X}$ tal que $(Tf)|_E = f$, y obtener una expresión para una norma equivalente en el espacio de trazas.

Examinaremos cómo en el caso en el que $n = 1$, $E = \{\lambda_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ es una sucesión estrictamente creciente y $r = 1, 2$, se puede realizar una construcción sencilla de la extensión, dada por splines polinómicos con fórmulas explícitas. También obtendremos una expresión muy simple para una norma equivalente en $\mathbb{X}|_E$. Por ejemplo, para $W^{2,p}$, viene dada por

$$\|f\|^p = \sum_{n\in\mathbb{Z}} (\lambda_{n+2} - \lambda_n)[|f(\lambda_n, \lambda_{n+1}, \lambda_{n+2})|^p + |f(\lambda_{n+1})|^p],$$

donde $f(\lambda_n, \lambda_{n+1}, \lambda_{n+2})$ denota la diferencia dividida de f.

En 2012, Fefferman, Israel y Luli resolvieron afirmativamente estas cuestiones para r y n generales, pero la construcción de la extensión y la norma equivalente que dan ellos es compleja y no permite obtener fórmulas explícitas.

ICMAT CSIC-UAM-UC3M-UCM
Departamento de Matemáticas. U.A.M.