

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2018-19

PROFESOR: Fernando Soria de Diego

1.- **TÍTULO:** Operadores maximales y convergencia al dato inicial en ecuaciones de evolución

Resumen/contenido: Muchas de las ecuaciones clásicas de la Física -calor, ondas, Schrödinger, etc- determinan la evolución de un medio a partir de unos datos iniciales (problema de Dirichlet). En este trabajo analizaremos cuándo y en qué sentido las soluciones convergen a los datos iniciales al revertir el tiempo de la evolución

2.- **TÍTULO:** Una introducción a las ecuaciones elípticas y parabólicas con difusión no local

Resumen/contenido: Mientras que las ecuaciones diferenciales habituales son todas “locales”, puesto que la diferenciación mantiene o reduce el soporte de una función dada, existen modelos en los que es necesario estudiar la difusión de un medio a distancias grandes. El ejemplo prototípico viene dado al sustituir la derivadas parciales por el Laplaciano fraccionario. En este proyecto estudiaremos ecuaciones elípticas y parabólicas regidas por un comportamiento no local.

3.- **TÍTULO:** El problema de la unicidad para la ecuación del calor y el teorema de Widder

Resumen/contenido: Como es bien sabido, la ecuación del calor no está “bien planteada” en el sentido de la unicidad. Así, existen soluciones no nulas en, por ejemplo, un semiplano, a partir de datos iniciales que sí son nulos. En gran parte del comienzo del siglo XX se estudiaron condiciones para asegurar que las soluciones fueran necesariamente únicas. En 1944 Widder estableció la condición más sencilla en concordancia con las leyes de la termodinámica: que la solución fuera positiva (o, simplemente, acotada inferiormente). Este trabajo surge a partir de este resultado y sus consecuencias.

4.- **TÍTULO:** La desigualdad de Hardy en ecuaciones en derivadas parciales

Resumen/contenido: El potencial de Hardy, o de Hardy-Leray, aparece en muchas situaciones que son límite de fenómenos descritos por las ecuaciones en derivadas parciales. En primer lugar representa el dual, en el sentido de la transformada de Fourier, del potencial de Newton lo que permite relacionarlo con desigualdades de energía. Las mejores constantes de este tipo de desigualdades proporcionan información sobre el comportamiento de las soluciones (existencia, unicidad, ‘blow-up’) de ecuaciones no lineales. El trabajo que se propone estudiará muchas de estas facetas relacionadas con dicho potencial.

Bibliografía:

- B. Abdellaoui, M. Medina, I. Peral, A. Primo, *A note on the effect of the Hardy potential in some Caldern-Zygmund properties for the fractional Laplacian*. J. Differential Equations 260 (2016)
- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, UTX, 2010
- H. Brezis, E.H. Lieb, *A relation between pointwise convergence of functions and convergence of functionals*. Proc. Amer. Math. Soc. 88, no. 3 (1983)
- E. Stein & R. Shakarchi, *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*. Princeton Lectures in Analysis, 2005
- E. Stein & R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*. Princeton Lectures in Analysis, 2003
- T. Leonori, I. Peral, A. Primo, F. Soria, *Basic estimates for solution of elliptic and parabolic equations for a class of nonlocal operators*. Discrete and Continuous Dynamical Systems- A, (2015)
- DV Widder, *Positive temperatures on an infinite rod*. Trans. Am. Math. Soc. 55 (1944)
- DV Widder, *The Heat Equation*. Academic Press, New York, 1975.