

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2018-19

PROFESORES: José Luis Fernández Pérez y Pablo Fernández Gallardo

1.- TÍTULO: El teorema de Perron-Frobenius

Resumen/contenido.

El teorema de Perron-Frobenius describe las propiedades de los *autovalores* y *autovectores* de matrices cuyas entradas son números reales positivos. También incluye el caso de entradas no negativas, si la matriz tiene alguna propiedad adicional. Se trata de un resultado básico del álgebra lineal con un buen número de aplicaciones: en probabilidad, cálculo numérico, economía, demografía, redes sociales, algoritmos de ordenación y confección de rankings, etc.

En el trabajo se estudiarían diversas pruebas de este resultado, además de algunas de sus aplicaciones.

El trabajo podría tener, como añadido, una componente computacional.

Requisitos. Probabilidad I y Álgebra lineal.

Bibliografía/referencias:

- C.R. MacLuer: The many proofs and applications of Perron's theorem. *SIAM Review* 42 (2000), no. 3, 487-498.
- A. Langville, C. Meyer. *Google page rank and beyond*. Princeton University Press, 2006.
- A. Berman, R.J. Plemmons: *Nonnegative matrices in the Mathematical Sciences*. SIAM, 1994.

2.- TÍTULO: Matrices de correlación, parametrizaciones y simulación de vectores gaussianos

Resumen/contenido:

Se trata de estudiar las propiedades de las matrices de correlación (o varianzas/covarianzas) de vectores aleatorios, los distintos métodos de parametrización del espacio de matrices de correlación, y diversas aplicaciones: simulación de vectores gaussianos, reducción de dimensión, aproximación de matrices simétricas por matrices de correlación, etc.

El trabajo incluye una parte computacional.

Requisitos. Probabilidad I, Estadística I y Álgebra lineal.

Bibliografía/referencias.

- J. C. Pinheiro, D. M. Bates: Unconstrained parameterization for variance-covariance matrices. *Statistics and Computing* (1996), 289-296.
- F. Rapisarda, D. Brigo, F. Mercurio. Parameterizing correlations: a geometric interpretation. *IMA Journal of Management Mathematics* 18 (2007), no. 1, 55-73.

3.- TÍTULO: El método simbólico en Combinatoria

Resumen/contenido:

El método simbólico es una técnica que permite analizar cuestiones de enumeración de estructuras de la combinatoria (permutaciones, particiones, grafos, etc.) trasladando directamente las propiedades de esas estructuras (fórmulas, recurrencias, etc.) en relaciones funcionales entre las correspondientes funciones generatrices. El objetivo del trabajo sería entender la técnica, tanto en el caso de estructuras etiquetadas como no etiquetadas, y analizar algunas de sus aplicaciones, siguiendo la referencia básica de Flajolet y Sedgewick.

Requisitos. Matemática discreta, Variable compleja I.

Bibliografía/referencias:

- P. Flajolet, R. Sedgewick: *Analytic Combinatorics*, Cambridge University Press, 2009.

4.- TÍTULO: El reciclado de bits de von Neumann

Resumen/contenido:

A Von Neumann se le ocurrió cómo simular una moneda regular (una Bernoulli de parámetro $1/2$) a partir de una moneda de la que no se conoce su probabilidad de cara, con un procedimiento de aceptación/rechazo. El primer paso del trabajo consistiría en analizar la eficiencia y la optimización de esta técnica siguiendo el artículo de Yuval Peres.

El segundo paso iría más allá del caso de la moneda regular, y estudiaría para qué funciones f del intervalo $[0,1]$ en el intervalo $[0,1]$ se puede simular una Bernoulli de parámetro $f(p)$ a partir de sorteos de monedas con parámetro p , siguiendo el artículo de Keane y O'Brien.

El trabajo podría tener, como añadido, una componente computacional.

Requisitos. Probabilidad I.

Bibliografía/referencias:

- Keane, M.S., O'Brien, G.L.: A Bernoulli factory. *ACM Trans. Model. Comput. Simul.* **4** (1994), no. 2, 213-219.
- Peres, Y.: Iterating von Neumann's procedure for extracting random bits. *Ann. Stat.* **20** (1992), no. 1, 590-597.