Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2024-25

PROFESOR: Adrián González Pérez

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- TEMA: Pares de Gelfand y funciones esféricas

Válido para 1 **alumno**.

Resumen/contenido: Un grupo G que es a la vez una variedad diferenciable se conoce como grupo de Lie. En muchas situaciones naturales, los grupos de Lie contienen un subgrupo compacto K, tal que las funciones de G invariantes a la derecha y a la izquierda por K forman un álgebra abeliana con respecto a la convolución. La *conmutatividad* de esta operación permite definir una transformada, análoga a la transformada de Fourier, en la que las llamadas funciones esféricas juegan el papel de los senos y cosenos. El objetivo del estudiante sería aproximarse al análisis en grupos y dar una descripción de las funciones esféricas en algunos casos clásicos.

Requisitos: Estructuras algebraicas, Teoría de la medida, Geometría diferencial.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable real, análisis funcional.

Bibliografía/referencias:

Wolf, Joseph Albert. Harmonic analysis on commutative spaces. No. 142. American Mathematical Soc., 2007.

Jorgenson, Jay, and Serge Lang. Spherical inversion on SLn(R). New York, NY, USA: Springer, 2001.

2.- TEMA: Tema genérico de análisis real

Válido para 2 **alumnos**.

Resumen/contenido: El objetivo sería encontrar un tema en las primeras 1 o 2 semanas de curso dentro del análisis real que sea de interés para el alumno y del nivel adecuado.

Requisitos: Teoría de la medida, ecuaciones en derivadas parciales.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable real, Análisis funcional.

Bibliografía/referencias:

3.- TEMA: El coste computacional de la multiplicación matricial

Válido para 1 **alumno**.

Resumen/contenido: El algoritmo que todos aprendemos en el instituto para multiplicar matrices $n \times n$ requiere usar $O(n^3)$ multiplicaciones. En los años 60, Strassen demostró que es posible multiplicar matrices con coste O(n^a), con $a=\log_2 7$, demostrando que el algoritmo clásico no es optimo. Desde entonces una serie de algoritmos han sido obtenidos con exponentes sucesivamente menores, con el mejor conocido siendo $O(n^a)$, para a~2,3 y la conjetura siendo que hay algoritmos de coste $O(n^{2+\varepsilon})$ para todo $\varepsilon>0$.

Dado un espacio vectorial V, un tensor simple es una forma bilineal $A:V\mathrm{x}V \to \mathbb{R}$, tal que es producto de dos aplicaciones lineales, ie $A(x,y) = \phi(x)\psi(y)$. El rango tensorial de una forma bilineal B es el menor número de tensores simples cuya suma da B.

Dicha cantidad para la multiplicación de matrices nxn, vista como forma bilineal, proporciona una cota inferior al coste computacional, aunque como función, el rango tensorial del producto matricial no es conocido en general, incluso para n’s bajos. Recientemente algoritmos que usan aprendizaje automático han sido usados para dar nuevas cotas al rango tensorial del producto de matrices.

El objetivo del estudiante sería familiarizarse con los algoritmos conocidos y, dependiendo de su interés y capacidad, estudiar las más recientes técnicas de aprendizaje automático.

Requisitos: Álgebra lineal, cálculo numérico, matemática discreta.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles:

Bibliografía/referencias:

Bläser, Markus. "Fast matrix multiplication." Theory of Computing (2013): 1-60.

Don Coppersmith and Shmuel Winograd. Matrix multiplication via arithmetic progressions. Journal of Symbolic Computation, 9(3):251–280, March 1990.

Fawzi, A.; Balog, M.; Huang, A.; Hubert, T.; Romera-Paredes, B.; Barekatain, M.; Novikov, A.; Ruiz, F.J.R.; Schrittwieser, J.; Swirszcz, G.; Silver, D.; Hassabis, D.; Kohli, P. (2022). "Discovering faster matrix multiplication algorithms with reinforcement learning". Nature. 610 (7930): 47–53.

Arora, Sanjeev, and Boaz Barak. Computational complexity: a modern approach. Cambridge University Press, 2009.