

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2024-25

PROFESOR: EVA TOURÍS LOJO

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- TEMA: Un punto de encuentro entre Gromov y Hausdorff

Válido para **1 alumno**.

Resumen/contenido: El objetivo del trabajo es estudiar en profundidad la hiperbolicidad en sentido de Gromov. Éste es un novedoso campo de trabajo que fue iniciado por el propio Gromov en los años setenta. Los llamados espacios hiperbólicos en sentido de Gromov surgieron precisamente buscando una forma de aunar las propiedades comunes entre grafos y variedades con curvatura negativa. La idea clave consiste en crear un marco de trabajo suficientemente general que permita abstraerse de conceptos tales como "dimensión", "estructura diferenciable" o "métrica riemanniana". En definitiva, se trata de trabajar simplemente en el contexto de espacios métricos. Por esta razón se considera que los espacios de Gromov son un marco adecuado que permite generalizar resultados interesantes.

No obstante, se trata de un concepto muy poco intuitivo, por lo que se comienza demostrando su equivalencia con otros dos conceptos con los cuales, a priori, parece no guardar ninguna relación, los espacios thin y fine, mucho más intuitivos y que nos permiten dar una interpretación geométrica del primero. Asimismo, se presentan las herramientas fundamentales: Las aplicaciones quasi-isométricas entre espacios métricos geodésicos. Esto permitirá caracterizar los espacios métricos hiperbólicos en función de que geodésicas y "casi" geodésicas permanezcan "cerca", concretamente, a distancia Hausdorff controlada.

Requisitos: Topología, Geometría de Curvas y Superficies.

Bibliografía/referencias:

[GH] Ghys, E., de la Harpe, P., Sur les Groupes Hyperboliques d'après Mikhael Gromov. Progress in Mathematics, Volume 83. Birkhäuser, 1990.

2.- TEMA: De la condición de los triángulos delgados a la desigualdad isoperimétrica lineal.

Válido para **1 alumno**.

Resumen/contenido: El objetivo del trabajo es describir la condición de geometría delgada propia de los espacios métricos hiperbólicos (que captan la esencia de los espacios curvados negativamente) y comprobar que, en ellos, las propiedades de estabilidad de las quasi-geodésicas y de las geodésicas locales desempeñan un papel importante. El propósito final es escribir nociones de área que son útiles en el contexto de espacios métricos geodésicos y considerar la relación entre la curvatura y las desigualdades isoperimétricas, que relacionan la longitud de curvas cerradas con el área de los discos que delimitan, así como caracterizar la hiperbolicidad en términos de desigualdades isoperimétricas.

Requisitos: Topología, Geometría de Curvas y Superficies.

Bibliografía/referencias:

M.R. Bridson and A. Haefliger, Metric spaces of non-positive curvature, Springer-Verlag, Berlin, 1999.