

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2023-24

PROFESOR: *Emilio Franco*

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- TEMA: **Categorías abelianas y funtores derivados**

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: La teoría de categorías estudia, en un sentido profundo, la estructura interna de las diferentes ramas de las matemáticas. Una categoría está formada por una clase de objetos (i.e. anillos, grupos, conjuntos...) y las relaciones entre estos objetos (i.e. homomorfismos de anillos, i.e. homomorfismos de anillos, funciones entre conjuntos...). Un functor entre categorías es la regla que envía objetos de una categoría a los objetos de otra preservando estas relaciones.

En este trabajo estudiaremos una clase especial de categorías, las llamadas *categorías abelianas*, así como ciertos funtores naturales entre ellas. Veremos que algunos funtores importantes no preservan la estructura de categoría abeliana, lo que conducirá a la introducción de la noción de *functor derivado*.

Requisitos: Estructuras algebraicas (16442). Es recomendable haber cursado en 3º Álgebra Conmutativa (16458), aunque no imprescindible.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Álgebra Conmutativa (16458), Geometría y Topología (16463).

Bibliografía/referencias:

- Henry Cartan and Samuel Eilenberg. Homological Algebra. Princeton University Press, 1956.
- Saunders Mac Lane. Categories for the Working Mathematician. Springer-Verlag, 1978.
- Charles A. Weibel. An Introduction to Homological Algebra. Cambridge University Press, 1994.

2.- TEMA: **Cocientes en geometría algebraica**

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: La teoría general de invariantes (GIT) fue introducida por D. Mumford para el estudio de cocientes de variedades por la acción de un grupo. En geometría algebraica se sustituye la noción de variedad por la noción de esquema, definido a partir de un cierto anillo de funciones. Los cocientes GIT se entienden como aquellos esquemas construidos a partir de las funciones invariantes por la acción del grupo.

En este trabajo estudiaremos la definición de esquema afín y esquema proyectivo. Seguidamente estudiaremos la definición de cociente GIT afín, y de cociente GIT proyectivo, y estudiaremos su construcción en algunos casos concretos.

Requisitos: Estructuras algebraicas (16442). Es recomendable haber cursado en 3º Álgebra Conmutativa (16458), aunque no imprescindible.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Álgebra Conmutativa (16458), Geometría y Topología (16463).

Bibliografía/referencias:

- M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, Cambridge, University Press, 1988.
- D. Mumford, J. Fogarty and F. Kirwan, Geometric Invariant Theory, Springer-Verlag, 1994.