



Cliente: Señor, esta señora es mi esposa. ¡Debería usted avergonzarse!  
 Groucho: Si esta señora es su esposa, ¡usted es el que debería avergonzarse!  
 Groucho Marx, *Una noche en Casablanca*

# La hoja volante

<http://www.uam.es/hojavolante>

Número 11. Febrero 2007

EDITORIAL

Cada vez son más los que admiran la línea editorial de "La hoja volante"... (sí, sólo una). ¡Disfrutadla!

## Y después ¿qué?

Desde este mes, contamos con nueva sección en nuestra página web, dedicada a todos aquellos que trabajan en algún terreno de las matemáticas. Intentaremos dar

una idea de las posibilidades de trabajo que existen hoy en día a la salida de los estudios de matemáticas. Comenzamos con las experiencias de Robert D. Smith y de Adela Recio. Muchas gracias a los dos.

### El trabajo de Analista Cuantitativo por Robert D. Smith

Quería escribir un artículo para demostrar que los matemáticos tenemos más salidas que las habituales. Sobre todo porque descubrí ésta por casualidad y estoy tan agradecido que siento la necesidad de evangelizarla...

Hace más de catorce años estaba terminando mi carrera de matemáticas en Oxford, una carrera que elegí por la sencilla razón que me encantaban las matemáticas y que se me daban razonablemente bien, y estaba evitando la pregunta incómoda de a qué me iba a dedicar durante el resto de mi vida. Mi madre se preocupaba mucho (sobre todo porque sabía que no hubiera habido quien me aguantara si no encontraba algo) hasta que, de desesperación, se puso ella a mandar mi currículum a varias empresas locales.

Vi que había mucha demanda en el mundo de la informática de gente para trabajar en "derivados" en un banco. La idea que tenía en aquel momento de la gente que trabajaba en banca no se puede expresar con palabras finas pero basta con decir que era totalmente sin fundamento. Cuando eventualmente me encontré trabajando en la banca de inversión, me encontré con la mezcla de gente más diversificada que había visto en mi vida: de todos los países, de todos los estilos, desde personas que dejaron de estudiar con 16 años hasta doctorados e incluso ex-profesores de universidad. Pero lo que más me sorprendió era el nivel matemático que los bancos aplicaban a la gestión de dinero.

Un "quant" o analista cuantitativo se dedica a investigar y escribir modelos matemáticos (normalmente en un lenguaje de programación como C++) que se utilizan para gestionar cantidades de dinero del orden de cientos de millones de euros. Esa gestión es necesaria para que el banco pueda vender productos financieros a sus clientes

y luego deshacerse del riesgo de que los compromisos correspondientes superen los ingresos. En la práctica es un trabajo con un componente alto de investigación (sólo hay que fijarse en el número de artículos publicados por profesionales de banca) que se realiza en medio del caos que es la sala de "trading", la parte más dinámica y pegada a los mercados. No tengo espacio suficiente para poder describir la teoría subyacente: lo importante es saber que es una teoría muy concreta, que no se trata de "ciencias grises" como la de predecir el futuro.

Para apreciar la importancia que los "quants" han adquirido sólo en España, podemos fijarnos en los dos másters especializados en el tema que se imparten en Madrid (de AFI y de BME) o en el hecho de que el equipo cuantitativo de Banco Santander ha crecido de 4 a 20 personas en 3 años, todos matemáticos, ingenieros o físicos y de 9 nacionalidades distintas. Y sólo hablo de Madrid: en Londres hay 8 más. También hay puestos parecidos en otros departamentos del banco: gestión de balance, riesgos, gestora de fondos, etc.

Soy consciente de que este trabajo puede no ser del gusto de todo el mundo. Cuando terminé mi carrera pensaba en (a) hacer un doctorado, (b) hacer un curso de preparación para ser profesor o (c) ser un programador. Quería hacer algo vanguardista pero no esotérico. Quería enseñar a gente pero no dejar de aprender. Quería ver los frutos de mi labor y, sobre todo, poder seguir trabajando con matemáticas. Al final, el trabajo de "quant" me ha permitido satisfacer todas esas exigencias ¡y encima se paga bien!

Más información en nuestra web.

### La Estadística como salida profesional por Adela Recio

Por fin he terminado la carrera, soy licenciada@ en matemáticas... ¡genial! Pero... ¿y ahora qué?

Saber qué hacer al salir de la universidad nos preocupa a todos. Encontrar un trabajo interesante, en el que aplicar lo que se ha aprendido y en el que además las condiciones laborales sean buenas parece casi imposible a poco que se haya buscado.

Sin embargo existe la opción de preparar una oposición durante un tiempo para luego tener un puesto de trabajo que reúna todos esos requisitos. Ése es mi caso. Yo, como muchos estudiantes de matemáticas, al salir de la Autónoma pensé que preparar las oposiciones al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado era una buena opción.

Dos años de estudio dieron su fruto y mi situación laboral actual confirma que el esfuerzo valió la pena. Trabajo en el Instituto Nacional de Estadística. ¿En qué aplico mis conocimientos de matemáticas? No tengo que hacer grandes cálculos ni desarrollar complicadas teorías, sin embargo la lógica y la forma de pensar que se adquieren durante la carrera hacen mi trabajo más fácil. El INE tiene una gran diversidad de tareas, desde lo más práctico a lo más teórico, dando lugar a trabajos que van desde la realización de una encuesta en todas sus fases hasta los próximos a la investigación de nuevas técnicas de muestreo, de modo que hay sitio para todos los perfiles de trabajador.

En mi opinión el INE es una opción interesante para aquellos a quienes no les importe estudiar un par de años más, y ser licenciado en matemáticas parece ser uno de los perfiles más adecuados para preparar las oposiciones que dan acceso a este trabajo.

Más información en nuestra web.

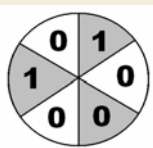


Viviana Murina



Viviana Murina

La respuesta al acertijillo de la hoja 9 era que no es posible que en todos los sectores lleguemos a tener el mismo número si la regla es que en cada paso elegimos dos sectores adyacentes y sumamos 1 a cada uno de ellos. Una ingeniosa forma de probarlo es pintar la mitad de las porciones de gris y la mitad de blanco alternadamente, como en la figura, y observar que la suma de los números de las casillas grises menos la suma de los de las casillas blancas nunca varía, siempre va a ser 2 (es lo que se conoce como un invariante). Como la situación en la que todos los



números son iguales nos daría diferencia 0, es imposible llegar a ella. Enhorabuena tanto a Raúl Osuna como a Alberto Castaño que resolvieron el acertijo de modo excelente.

## El acertijillo

Dicen las malas lenguas que este número de "La hoja volante" lo hemos arrancado de una revista con muchas más páginas. Si así fuera, ¿cuántas páginas tendría esa supuesta revista?

## Integrando al azar

por Fernando Chamizo

En Cálculo I nos dijeron que la integral era el área y durante unas clases un lío de sumas inferiores y superiores de Riemann. A continuación nos probaron, con trabajo, que la integral entre 0 y 1 de  $x$  es  $1/2$ , y eso era muy natural porque el área del triángulo es  $b \cdot a/2 = 1 \cdot 1/2$ .

Después, con el superteorema fundamental del cálculo ya se podía deducir que la integral entre 0 y  $a$  de  $x^k$  era  $a^{k+1}/(k+1)$  y casi no volvieron a aparecer las sumas de Riemann.

Pero olvidándonos de las demostraciones (que Spivak nos perdone) ¿hay alguna razón natural por la que pueda creermos que la integral entre 0 y  $a$  de  $x^k$  tiene que ser  $a^{k+1}/(k+1)$ ? Lo siguiente es un intento usando probabilidad:

Si me invento tres números  $x, y, z$  en  $[0, 1]$ , ¿cuál es la probabilidad de que el primero sea el mayor? Por la simetría del problema,  $1/3$ . Y dado  $x$ , ¿cuál es la probabilidad de que  $y$  sea menor que  $x$ ? Evidentemente  $x$  porque la probabilidad de que un número de  $[0, 1]$  esté en  $[0, x]$  es  $x$ , de que esté en  $[0, 1/3)$  es  $1/3$  y de que esté en

$[0, x)$  es  $x$ .

Lo mismo ocurre con  $z$  y así se tiene que  $\text{Prob}(y, z < x) = x^2$ . Sumando (integrando) en todos los posibles valores de  $x$  se deduce que la integral entre 0 y 1 de  $x^2$  es  $1/3$ . Un cambio de escala prueba que la integral entre 0 y  $a$  de  $x^2$  es  $a^3/3$  y considerando  $k+1$  números en lugar de 3 se llega a que la integral entre 0 y  $a$  de  $x^k$  es  $a^{k+1}/(k+1)$ . Se podría elaborar más el argumento y hacer aparecer sumas de Riemann pero entonces aumentaría el número de líneas y ya es bastante que una hoja volante tenga cuatro páginas.

### Asociación Siglo XXI

¡Hola a todos los lectores de la Hoja Volante! Somos la Asociación Siglo XXI, una agrupación de estudiantes en crecimiento para fomentar la divulgación científica dentro de la UAM. Aunque lo hablamos todo entre nosotros, cada uno se ocupa de una cosa: desde actividades puntuales como una visita al Museo de Ciencias Naturales o una exposición de artículos en nuestra Facultad hasta ocupaciones permanentes como un ciclo de cine, ayuda a los estudiantes con sus clases o una biblioteca/hemeroteca. Podéis encontrar más información en nuestra web, <http://www.uam.es/otros/sigloxxi/>, que en breve estará actualizada.



### Concurso de Proyectos Educativos

La Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) convoca el II Concurso de Proyectos Educativos en Estadística e Investigación Operativa para Profesores de Enseñanza Secundaria y Bachillerato. El objetivo es fomentar la elaboración de material didáctico en los ámbitos de la Enseñanza Secundaria y del Bachillerato. Las bases y toda la información, en su página web: <http://www.seio.es>.



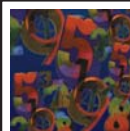
### El arte de lo imposible



El Centro Arte Canal acoge hasta el 4 de marzo de 2007, de 10:00 a 21:00, la exposición "El arte de lo imposible", dedicada a M. C. Escher. Unos 135 trabajos del artista y el propio local de la exposición logran crear un espacio mágico y misterioso. Una exposición de obligada visita. Más información en la página oficial de la exposición: <http://www.cyii.es/www/publico/escher/index.htm>.

### Maratón Matemático

El Museo Nacional de Ciencia y Tecnología de Madrid realiza un ciclo de Maratones Científicos con el propósito de proporcionar un punto de encuentro entre los científicos y la sociedad. El próximo 22 de febrero de 2007, de 16:00 a 20:00, tendrá lugar en el museo el Maratón Matemático "Orfebrería de Ideas y leyes de la Naturaleza", dirigido por Antonio Córdoba Barba. El tríptico con toda la información en: <http://www.mec.es/mnct/educacion/maraton.es/>. Más información en nuestra web.



La solución al problema de la hoja 9, que podría calificarse (como nos decía Miguel López) de "pensamiento alternativo" era 1001, pues era el siguiente número que no contenía la letra "e" al escribirlo en caste-

llano. Enhorabuena a Dulcinea Raboso, Javier Marinero (que dudaba entre suicidarse o asesinarnos, y todavía no nos ha asesinado nadie, huy huy huy...), Raúl Osuna, Jorge Viejo (que nos envía todas las "es" que nos faltaban, en un texto de gloriosas frases como "Que te enteres: mereces fenecer en el retrete"), Miguel López y Alberto Castaño que contestaron correctamente.

## El problema

El siguiente problema está extraído del juego de ordenador "The Eleventh Hour".

Las reglas son sencillas, un tablero de ajedrez, recortado, eso sí, los 4

caballos, que se mueven según el reglamento del ajedrez, y el objetivo es intercambiar las posiciones de los caballos, es decir que los caballos negros terminen donde están los blancos y los blancos terminen donde están ahora los negros. Aunque, por supuesto, es posible llegar a la solución probando, intenta buscar una estrategia más ingeniosa y más general, que puedas aplicar a otros problemas similares ¿Te atreves? Soluciones a: [hojavolante@uam.es](mailto:hojavolante@uam.es).



## Origami

¡Chicos, sacad papel y lápiz! ¿Cuántas veces habremos oído esta frase? ¿Y si no tuvieras las dos cosas? ¿Y si sólo pudieras sacar una, con cuál te quedarías, con el papel o con el lápiz? Un lápiz sin un lugar donde escribir se muestra bastante inútil, pero con tan sólo un trozo de papel se pueden hacer maravillas. ¿No te lo crees? Sigue leyendo...

El origami es el arte del plegado de papel y es de origen oriental. La palabra deriva del japonés “oru” (doblar) y “kami” (papel), aunque en castellano también se conoce como “papiroflexia” o más familiarmente “hacer pajaritas de papel”.

En España, Miguel de Unamuno, gran aficionado a hacer figuras de papel, añadió un apéndice en “Amor y pedagogía” sobre “cocotología”, como él lo llamó por la palabra francesa “cocotte” (pajarita).

El pedagogo alemán Friedrich Fröbel (1782-1852), que acuñó el término “jardín de niños” (en alemán “Kindergarten”), centró su actividad en animar el desarrollo natural de los pequeños a través de la actividad y el juego. Incluyó el origami entre las actividades para los niños, pues se dio cuenta de su enorme beneficio para el desarrollo de la mente. Estudios recientes en grupos de niños de 7 a 11 años, concluyen que esta actividad “bimanual” estimula la interacción entre los hemisferios izquierdo y derecho del cerebro, y mejora la inteligencia verbal y no verbal. En los niños más mayores, también se ha encontrado que se desarrolla la imaginación y el pensamiento.

Y es que en realidad, como todas las artes, el origami es mucho más que un mero entretenimiento, es un juego de doblar papeles que combina aspectos estéticos y funcionales con principios matemáticos y geométricos. ¡Sí, un juego! El juego crea entusiasmo y alegría y sin eso, por más que muchos se empeñen en negarlo, las artes y las ciencias estarían vacías. Juguemos pues.

Lo primero que necesitamos son unas reglas. Empezamos con un

trozo de papel (generalmente cuadrado) y podemos doblarlo poniendo una esquina sobre otra o un borde sobre otro.

Nosotros vamos a centrarnos en la papiroflexia modular, lo que quiere decir que en lugar de comenzar con un trozo de papel, vamos a comenzar con muchos trozos de papel, cada uno de los cuales plegaremos para obtener un módulo. Finalmente ensamblaremos los módulos para obtener nuestras figuras. ¿Y qué figuras vamos a construir? Poliedros estrellados. Más concretamente cubos, octaedros estrellados e icosaedros estrellados. Y no pongas cara de “¿ico qué?” porque seguro que ya has mirado la imagen de debajo con el resultado final.



### El módulo de Sonobè

Vamos a construir el módulo conocido como Sonobè a partir de un cuadrado de papel:

1. Doblamos el cuadrado por la mitad.

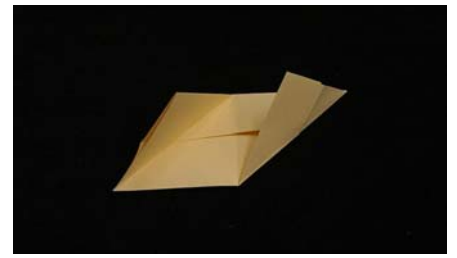


2. Volvemos a doblar cada mitad por la mitad.



3. Olvidando el primer doblez, tenemos un “rectángulo con patas”. Lo ponemos horizontal y patas arriba (con los dobleces bien cerrados), subimos la esquina inferior derecha al punto central del lado superior y bajamos la esquina superior izquier-

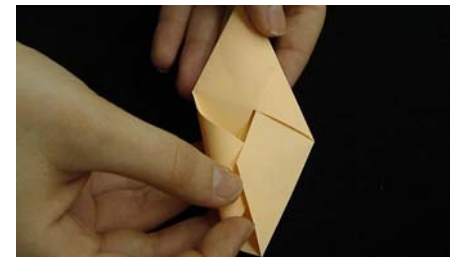
da al punto medio del lado inferior y marcamos los dobleces.



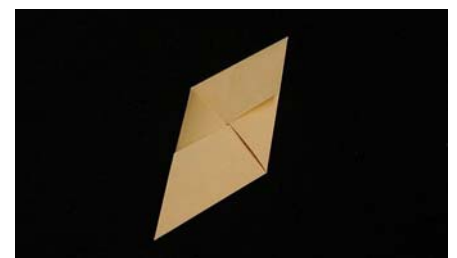
4. Doblamos hacia dentro las dos pequeñas solapitas que nos han quedado en forma de triángulo en las esquinas superior derecha e inferior izquierda.



5. De nuevo llevamos la esquina superior izquierda al centro del lado inferior y la esquina inferior derecha al punto medio del lado superior, pero esta vez cada una va por debajo de la solapa correspondiente.



Nos queda esta chulada:

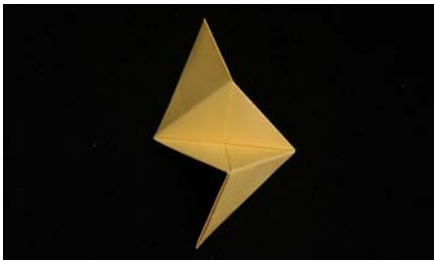


6. Doblamos “hacia atrás” los dos triángulos rectángulos que hacen que tengamos un “cuadrado con patas”.



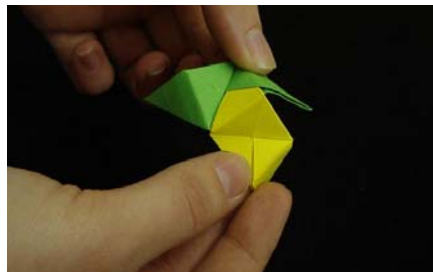
7. Por último, doblamos el cuadrado por la diagonal que conecta

ángulos no rectos de los triángulos, o sea...

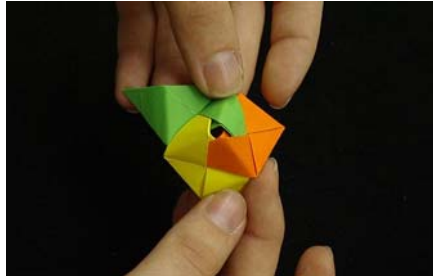


¡Y ya tenemos un módulo de Sonobè! ¿Y para qué vale? Pues sólo, para poco... Pero si haces 6 ya puedes montar un cubo, si haces 12 un octaedro estrellado y con 30 un icosaedro estrellado (pregunta de las 20:38, ¿y no valdría hacer un icosaedro y tirarlo desde un puente... por lo de “estrellado”...?).

Ensamblar los módulos es bastante sencillo e intuitivo. En el caso del octaedro, por ejemplo, unimos los dos primeros así:



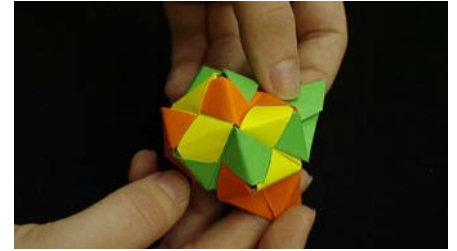
Y el tercero así:



Tenemos así pequeñas “pirámides”, que podemos unir, de modo que confluyan siempre 4 en cada vértice para obtener nuestro octaedro estrellado.

En realidad construimos el “dual”

de un octaedro, es decir, en cada cara de un octaedro ponemos una pirámide. El montaje del cubo y del icosaedro estrellado (ahora confluirán 5 pirámides en cada vértice) es similar y muy sencillo.



Un último apunte. Aunque la teoría de grafos nos dice cómo escoger los colores para que al final todo quede bonito (los interesados pueden buscar en Internet), lo cierto es que en este caso es más sencillo dejarnos guiar por nuestra intuición y al final todo quedará bien.

Agradecemos la colaboración de Sara Masquef.

## Z<sub>4</sub> y los Metrobuses

En la hoja anterior os hablamos del plano del metro, en esta del origami. ¿Y si juntamos las 2 cosas? En primer lugar necesitas un montón de metrobuses. ¿Ya los tienes? Ve doblándolos y enganchándolos para obtener una serpiente (¡u ortoedro flexible!) como la de la figura (¡no hace falta pegamento! basta doblar los dos lados de cada metrobús hacia el centro e ir poniendo cada uno con el siguiente).

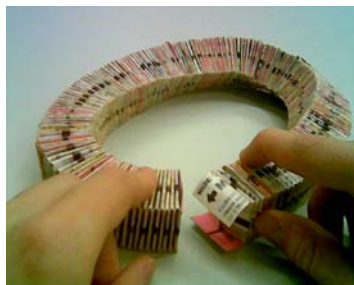
Si lo cerramos tal cual, tenemos una especie de toro cuadrado, o sea, un “bicho” con 4 caras. Pero ¿y si giramos uno de los extremos 90° y luego cerramos? Entonces tenemos el “bicho” de la figura, que tiene sólo una cara (convéncete de esto siguiendo una de las caras). Es lo mismo que ocurre con una cinta de Möbius, si giramos antes de pegar, obtenemos una cadeneta con una sólo cara. Es decir, que girando “una vez” obtenemos 1 cara. Girando 2, 3 y 4 veces obtenemos 2, 1 y 4 caras respectivamente.

Si has estudiado un poco de álgebra a lo mejor te

esta del origami. ¿Y si juntamos las 2 cosas? En primer lugar necesitas un montón de metrobuses. ¿Ya los tienes? Ve doblándolos y enganchándolos para obtener una serpiente (¡u ortoedro flexible!) como la de la figura (¡no hace falta pegamento! basta doblar los dos lados de cada metrobús hacia el centro e ir poniendo cada uno con el siguiente).



sueno lo que es el índice de un subgrupo en un grupo, el cociente entre el número de elementos del grupo y el del subgrupo. Y si se te ha ocurrido pensar en el



grupo aditivo Z<sub>4</sub>, te habrás dado cuenta de que tenemos:

$$\begin{aligned} [Z_4 : \langle 1 \rangle] &= [Z_4 : Z_4] = 1 \\ [Z_4 : \langle 2 \rangle] &= [Z_4 : Z_2] = 2 \\ [Z_4 : \langle 3 \rangle] &= [Z_4 : Z_4] = 1 \\ [Z_4 : \langle 4 \rangle] &= [Z_4 : 0] = 4 \end{aligned}$$

Así que el giro k veces tiene tantas caras como el índice del subgrupo generado por k. Una curiosa y gráfica manera de interpretar los subgrupos de Z<sub>4</sub>.

Usando trozos de cartulina con otras formas, se podría generalizar esto a, por ejemplo 6 lados, construyendo una especie de guirnalda hexagonal o incluso a más lados todavía. ¿Quién se atreve?

Agradecemos la colaboración de David Torres y César Romero.



Pues qué divertido...