

Matemáticas : Reto intelectual y usos cotidianos

Enrique Zuazua

BCAM - Basque Center for Applied Mathematics & Ikerbasque
Bilbao, Basque Country, Spain
zuazua@bcamath.org
<http://www.bcamath.org/zuazua/>

Academia de Ciencias Médicas de Bilbao, Otsailak 14, 2013



(bcam)
basque center for applied mathematics



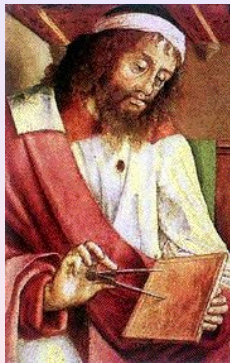
Matematika = ikasi ahal dena

La palabra “matemática” (Griego: μαθηματικά) viene del griego antiguo μαθημα (máthēma), que quiere decir “aprendizaje”, “lo que puede ser aprendido”, “estudio”, “ciencia”.

Históricamente, la matemática surgió con el fin de hacer los cálculos en el comercio, para medir la Tierra y para predecir los acontecimientos astronómicos.

Así fue dando lugar a campos tan variados como el Álgebra, la Geometría, el Cálculo Diferencial, las Ecuaciones Diferenciales,...

Civilizaciones como la maya, la babilonia, la árabe contribuyeron, además de la griega, a que la matemática adoptara el sistema decimal que fue dándole la forma que conocemos hoy en nuestra civilización.



Euclides 365 AC - 275 AC; Arquímedes 287 AC - 212; Al-Kitab
al-mukhtasar 783 DC.

Matematika = gizakiaren ezaugarria?

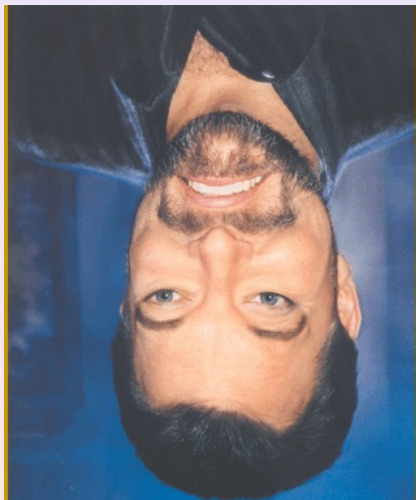
Tal vez las matemáticas junto con el lenguaje sean lo que distingue al ser humano entre todos los seres vivos.

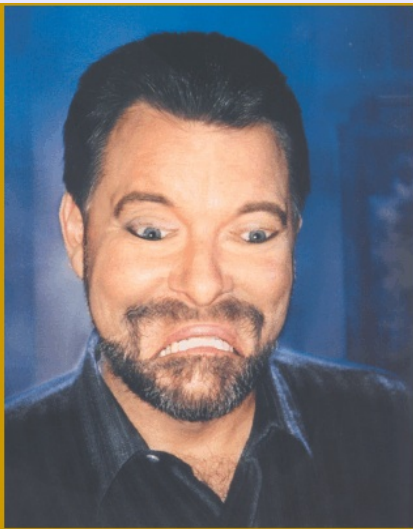
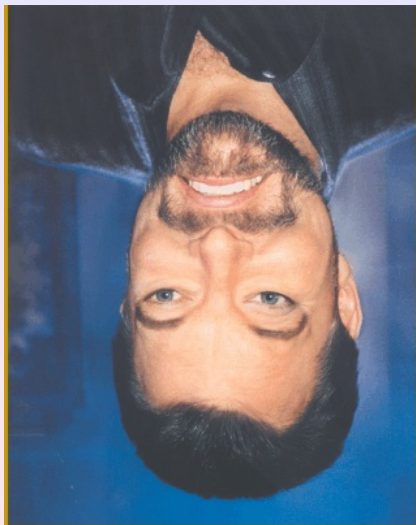


2.- Gure zentzumenak ez ote nahikoa?/No basta con nuestra percepción?

El complejo mundo de los sentidos

Sentidos = Nuestra mejor arma, pero también nuestra limitación...

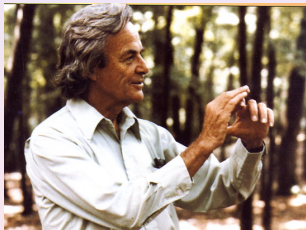




Tres dimensiones espaciales + tiempo

Explorando nuevos horizontes.

Our imagination is stretched to the utmost, not, as in fiction, to imagine things which are not really there, but just to comprehend those things which are there.



Richard Phillips Feynman (1918 – 1988);
Fisika Nobel Saria 1965

3.- Zenbakien magia/La magia de los números

Gauza guztien neurria gizakia da.

La medida de todas las cosas es el hombre.

Protágoras de Abdera (485 adC-411 adC), era un pensador viajero, celebrado y necesitado allí donde fuera.



PROTAGORAS

Numerología

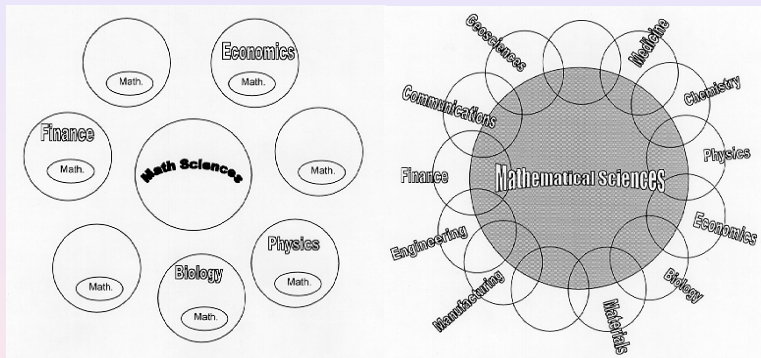
5 = BOST!

- Somos múltiplos de cinco (dedos de una mano, extremidades + cabeza;
- Contamos de cinco en cinco
- Las plantas poseen cinco partes (raíz, tronco, hoja, flor y fruto)
- Los cinco sentidos....
- Las cinco mayores religiones (judaísmo, islamismo, cristianismo, hinduismo, budismo,...)
- Los cinco anillos olímpicos...
- El pentagrama musical

Bost = askatasuna, indarra, erabakikorra,...
Fuerza, decisión, libre albedrío,...



4.- Egungo giroa/ El contexto actual



Report of the assessment panel of the U.S. Mathematical Sciences, NSF, March 1998. [W.E. Odom](#) Lieutenant General, USA, Retired.



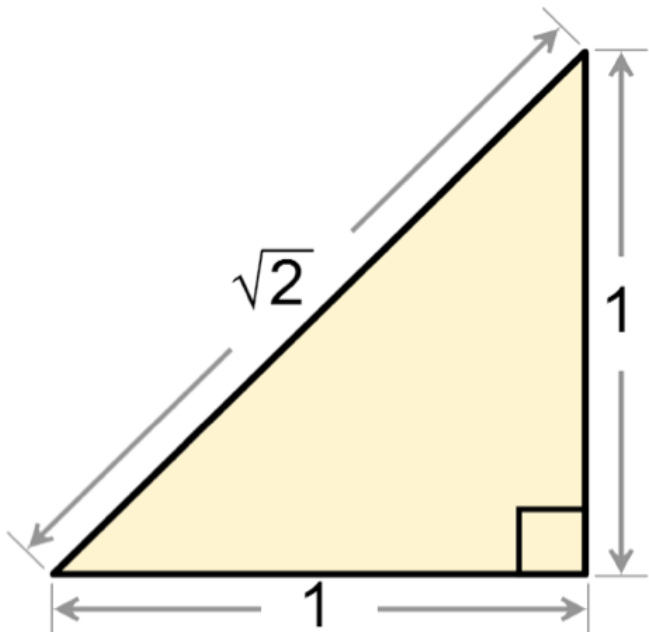
5.- Matematikaren kontraesanak/ Las contradicciones de las Matemáticas

Pitagorikoak / La hermandad pitagórica →: Natura zenbaki arrazionalen bidez deskribatzeko nahian.

Lehen zenbaki irrazionalak aurkitu zituztenean izkutuan mantendu zituzten.

Pitágoras (582 adC - 507 adC) introdujo los **pesos** y **medidas**, y elaboró de la **teoría musical** y canalizó el fervor religioso en fervor intelectual.

Afirmaban que la estructura del universo era aritmética y geométrica, a partir de lo cual las matemáticas se convirtieron en una disciplina fundamental para toda investigación científica. Todo su teoría estaba basada en que la naturaleza podía ser descrita íntegramente mediante números racionales p/q . **Cuando descubrieron la existencia de los números irracionales lo mantuvieron en secreto pues su modelo se venía abajo...**



Leonhard Euler (1707-1783) dió con la ecuaciones que llevan su nombre para el movimiento de los fluidos perfectos, en ausencia de viscosidad:

$$u_t + u \cdot \nabla u = \nabla p.$$

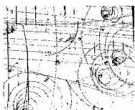
Pero **D'Alembert** observó que según ella los pájaros no podrían volar. Hubo que esperar a los trabajos de **Claude Louis Marie Henri Navier** (1785-1836) y **Sir George Gabriel Stokes** (1819-1903) para dar con el modelo completo que incorpora el término de viscosidad:

$$u_t - \nu \Delta u + u \cdot \nabla u = \nabla p.$$

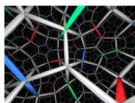
Fluidoekon portaera dela eta horrenbeste arazo matematiko zailak guztik irekirik daude oraindik ere: ura, odola, airea,...



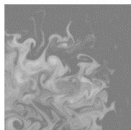
Las propiedades de las soluciones de esta ecuación que describen el comportamiento de fluidos tan importantes como el aire, el agua o la sangre, aún están por entender....



Yang-Mills and Mass Gap



Poincaré Conjecture



Navier-Stokes Equation



Birch and Swinnerton-Dyer
Conjecture



Riemann Hypothesis



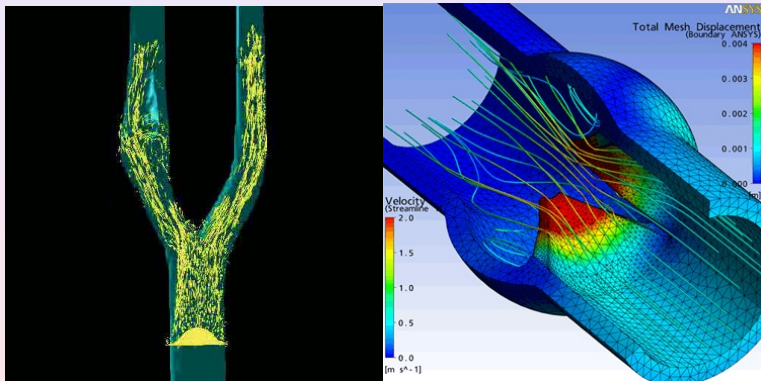
P vs NP Problem



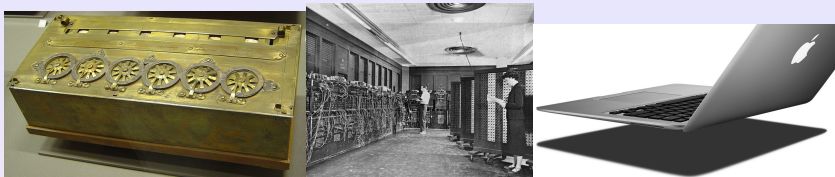
Hodge Conjecture

Milakadako arazoak...

La simulación numérica a través de los cada vez más potentes ordenadores permite seguir adelante...



Lepoan hartu eta segi aurrera!



Pascalina, Blaise Pascal, 1645; ENIAC: Electronic Numerical Integrator And Computer, 1946; Macbook Air, 2008.

Dena behar duen doitasunaz egin behar da.
 Todo ha de hacerse con el necesario rigor.



Takoma, Estatu Batuak, 1940; Ariane 5, Ekaina 1996; Jacques-Louis Lions, 1928 - 2001.



6.- Matematikaren zergatiak eta erabilpenak/ Los porqués y la utilidad de las Matemáticas

- **Matematikak zertarako balio dute?** ¿Tienen las Matemáticas alguna utilidad?
- **Oinharrizko zientzia baino gehiago dira?** ¿Son algo más que una Ciencia básica?
- **Bilakera teknologikoan zerbait esaterik bai?** ¿Juegan algún papel en el desarrollo tecnológico?
- **Zaleendako joko bat besterik ez ote dira?** ¿Un mero divertimento para virtuosos?
- **Hezkuntzan filtro izateaz gain beste zerbaiteko balio ote du?** ¿Son algo más que un filtro en el sistema educativo?

*Unibertsoa Matematikaren hizkuntzan idatzita dago.
El universo está escrito en lenguaje matemático.*

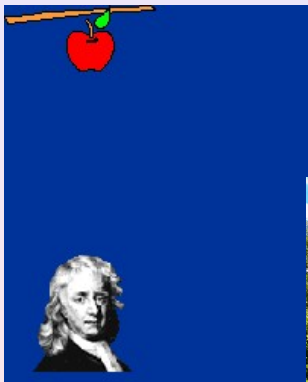


Galileo Galilei (1564-1642)

Estableció los fundamentos de la moderna ciencia. Uno de los fundadores de las ciencias experimentales, astronomía,...

Naturak bereganako adostasuna eta oreka azaltzen du.

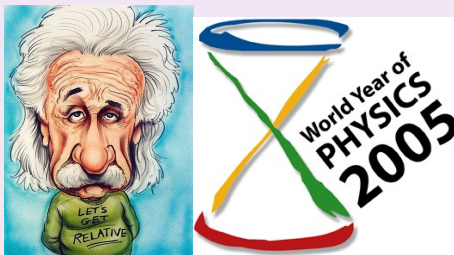
La naturaleza es verdaderamente coherente y comfortable consigo misma.



Isaac Newton (1642-1727). Matemático y físico británico, considerado uno de los más grandes científicos de la historia, que hizo importantes descubrimientos como la ley de la gravedad.

Nola daiteke ba, Matematika, esperentziatik at, gizakiaren pentsamenduaren produktu hutsa izanik, errealitatea horren ondo deskribatzeko baliagarria izatea?

¿Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se adapte tan admirablemente a los objetos de la realidad?

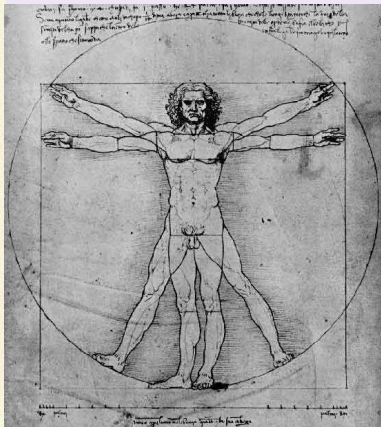
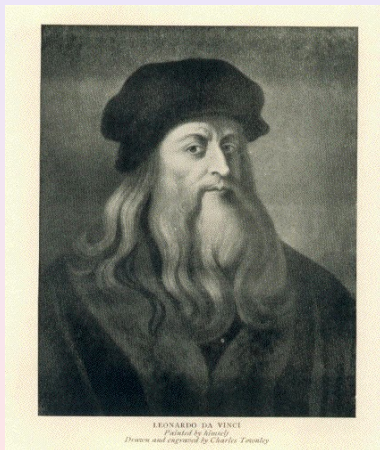


Albert Einstein (1879-1955)

Ez dago zihurtasunik matematika aplika ezin bada.

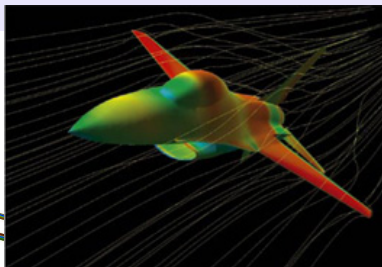
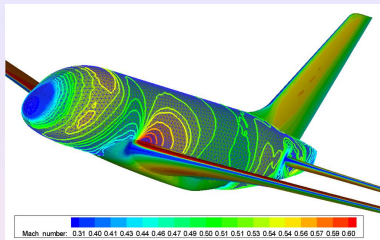
No hay certidumbre allí donde no es posible aplicar ninguna de las ciencias matemáticas ni ninguna de las basadas en las matemáticas.

Leonardo Da Vinci, Vinci (1452) - Cloux (1519)



7.- Matematikari ekiten: diseinua aeronautikan/ Matemáticas en acción: Diseño óptimo en aeronáutica

- **Objetivo:** Modificar la forma de la aeronave para que mejore su rendimiento, seguridad, ligereza, habitabilidad,...
- **Punto de vista:** El del túnel de viento: La aeronave está fija mientras el aire fluye entorno a ella.
- **Variaciones:** Al modificar la forma de la aeronave cambia el modo en que el aire fluye en su entorno, y entonces cambia la presión y rozamiento que este ejerce sobre ella, modificando así sus propiedades aerodinámicas.
- **Herramientas:**
 - **Mecánica de fluidos computacional:** Permite simular en el ordenador cómo fluye el aire en torno a una forma de la cavidad dada.
 - **Optimización:** Permite construir un algoritmo iterativo que, a partir de una forma dada, la vaya mejorando paulatinamente...



El método consiste por tanto en:
Minimizar

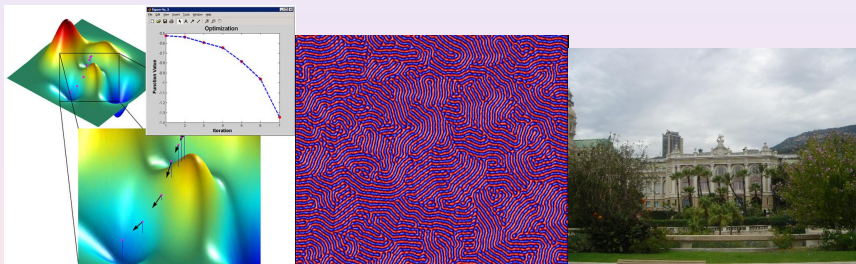
$$J(\Omega^*) = \min_{\Omega \in \mathcal{C}_{ad}} J(\Omega)$$

donde \mathcal{C}_{ad} = es la clase **formas admisibles** Ω , y J = es el **funcional coste** (reducción de la resistencia, aumento de la sustentación, consumo de combustible,..)

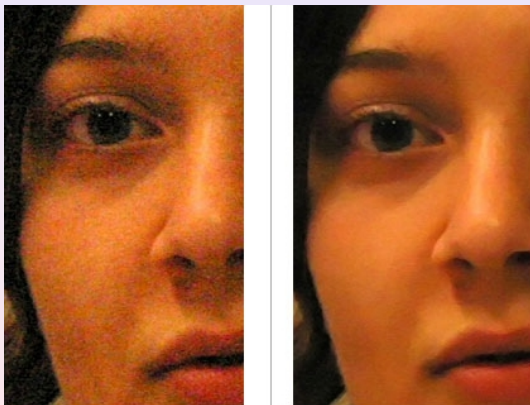
J depende de Ω a través de $u(\Omega)$, solución de un modelo de fluidos en torno a la cavidad (ecuaciones de Navier-Stokes)

Pero minimizar un funcional tan complejo como este no tiene por qué ser fácil.

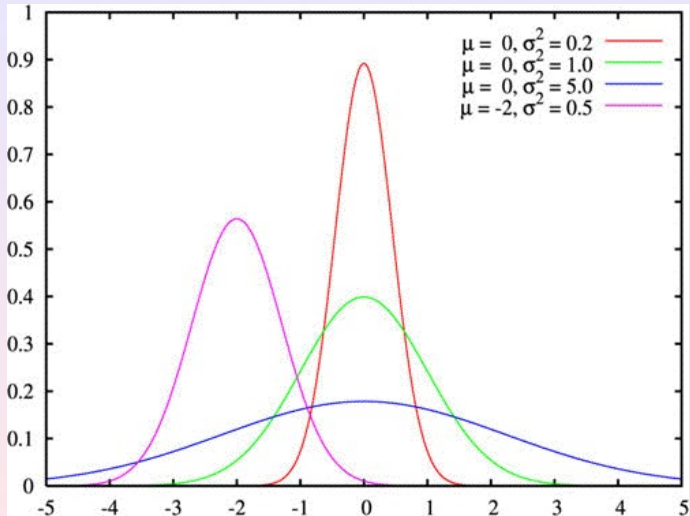
Métodos **deterministas** versus **estocásticos** (Montecarlo).



Optimizazioaren beste aplikazio batzuk: zarataren murrizpena.
Otras aplicaciones de la optimización: La reducción del ruido.



Gauss-en filtroak / Filtros gaussianos:



$$u(x) = [G(\cdot) \star f(\cdot)](x); \quad G(x) = (4\pi)^{-N/2} \exp(-|x|^2/4).$$

MailOnline

The perfect pancake? Easy, just follow this formula ... $100 - [10L - 7F + C(k - C) + T(m - T)]/(S - E)$

By [Daily Mail Reporter](#)

Last updated at 9:49 AM on 24th February 2009

With Shrove Tuesday tomorrow it was perhaps inevitable that an eager scientist would apply their skills to creating the perfect pancake.

Maths expert Dr Ruth Fairclough stepped up to the challenge, unveiling a complex algebra formula to help chefs nail the dish on the day.

The 34-year-old senior lecturer of mathematics and statistics worked out the food formula because her two daughters loved eating pancakes so much.

Dr Ruth, who teaches at Wolverhampton University found that $100 - [10L - 7F + C(k - C) + T(m - T)]/(S - E)$ created the tastiest snack.

In the complex formula L represents the number of lumps in the batter and C equals its consistency.

The letter F stands for the flipping score, k is the ideal consistency and T is the temperature of the pan.

Ideal temp of pan is represented by m, S is the length of time the batter stands before cooking and E is the length of time the cooked pancake sits before being eaten.

The closer to 100 the result is - the better the pancake.

Dr Ruth reckons the frying pan's temperature is one of the most important parts, together with the preparation of the tasty batter.

She said: 'The first thing to do is that you must get the pan temperature exactly right. When the oil starts lightly smoking you need to pour the mixture in.'

The next thing is that you have to get the consistency of the mix spot on - it can't be too runny as if it is the pancake just falls to bits. Saying that, it can't have any lumps in it either.



Perfect pancakes: The batter should have no lumps but not be too runny

Cibernética: Norbert Wiener (1894–1964), la ciencia del control y comunicación en máquinas y seres vivos.

Sean $n, m \in \mathbb{N}^*$ y $T > 0$ y consideremos el siguiente sistema finito-dimensional

$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad t \in (0, T); \quad x(0) = x^0. \quad (1)$$

En (1), A es una matriz real $n \times n$, B es $n \times m$ y x^0 es el dato inicial del sistema \mathbb{R}^n . La función $x : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ representa el *estado* y $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^m$ el *control*.

¿Podemos controlar un estado de n componentes con m controles, incluso si $n \gg m$?

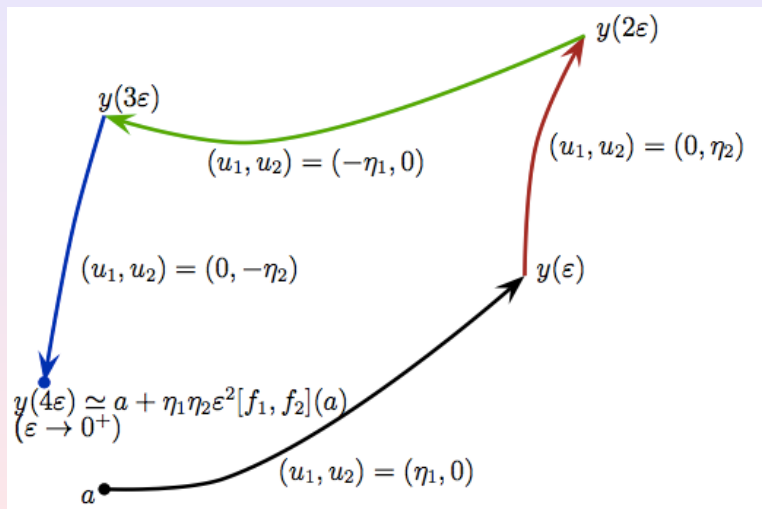
Theorem

(Rudolf Emil Kálmán (1930–)) *El sistema (1) es controlable*

$$\text{rank}[B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n. \quad \text{creneau} \quad (2)$$



La interacción de diferentes agentes produce escenarios y efectos insospechados

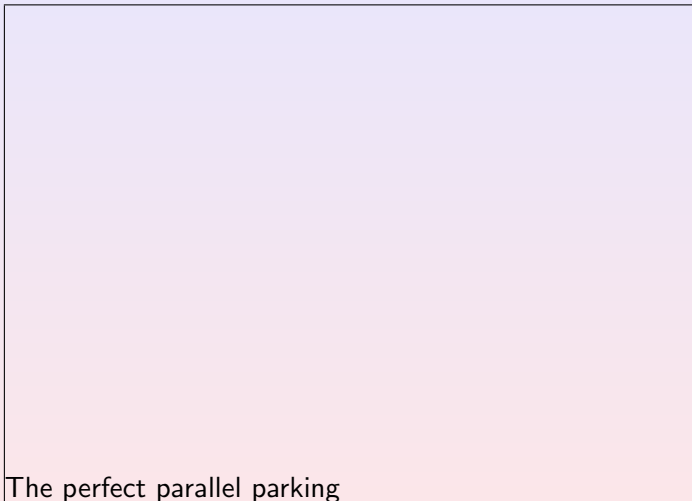


J. M. Coron, BCAM, June 2011.

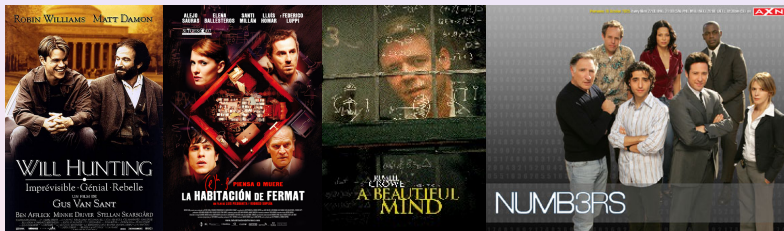
An example: Parking a car.

Optimality: minimizing time

An example: Parking a car.

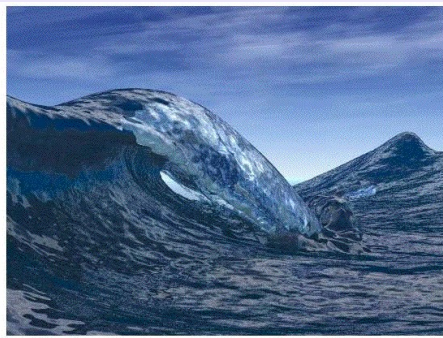


La épica de las Matemáticas:



Will Hunting, La habitación de Fermat, A beautiful mind, y la serie televisiva Numb3rs.

Efektu bereziak / Los efectos especiales:



Zein da benetakoa eta zein ordenagailuz irudikaturikoa?

Benetako olatua eta numerikoa. Zein da bakoitza?

FUTURAMA eta zenbakiak teoria



Entre guiños al público de culto y las Matemáticas está la constante referencia al número **1729**, el “**Taxicab number**” ...

Una de las veces que **Hardy** (Godfrey Harold Hardy (1877-1947)) fue a visitar a **Ramanujan** (Srinivasa Aaiyengar Ramanujan (1887-1920)) al hospital cuando éste estaba muriéndose. Por hablar de algo le comentó que había venido en un taxi con un número muy aburrido.

¿Y qué número es ese?, le preguntó Ramanujan.

El 1729 le contestó Hardy.

!Pero cómo puedes decir que ese número es aburrido si es el menor entero que se puede escribir de dos maneras diferentes como suma de dos cubos!, exclamó Ramanujan.

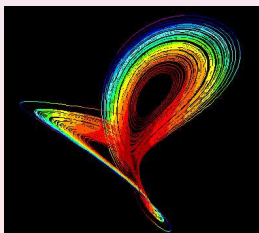
$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

El País, 17 Abril 2008

Muere a los 90 años Edward Lorenz, padre de la “teoría del caos”.
Sus conclusiones abrieron un nuevo campo de estudio en meteorología y otras ciencias.

Lorenz, meteorólogo, descubrió en 1960 que pequeñas diferencias en un sistema dinámico como la atmósfera puede provocar cambios enormes. En 1972, este científico estadounidense presentó un estudio titulado: ¿Puede el aleteo de las alas de una mariposa provocar un tornado en Brasil?

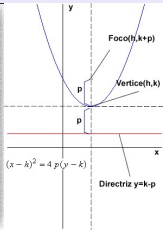
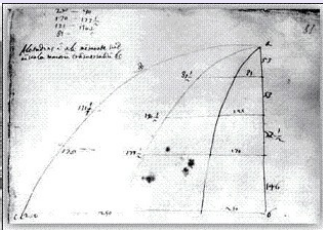
$$dx/dt + \sigma(x - y) = 0, \quad dy/dt + y - rx + xz = 0, \quad dz/dt + bz - xy = 0.$$



10.- Matematika eta kirola/ Matemáticas y deporte

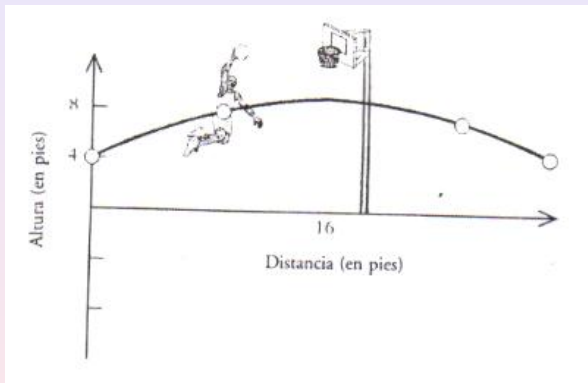


Sin duda alguna, el deporte gana constantemente en importancia en nuestras vidas: en lo que respecta a la salud, como negocio, como entretenimiento, en la política y en la gestión,...



Galileo fue uno de los primeros en estudiar las trayectorias parabólicas que intervienen en balística pero también en algunos deportes como el salto con pértiga.

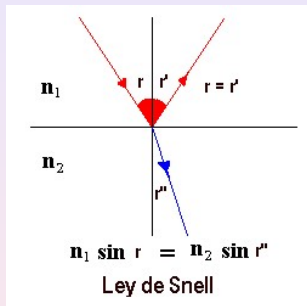
Michael Jordan-en egaldiak.



En el deporte de alta competición las matemáticas juegan también un importante papel en la medición de los resultados como en el caso de la medalla más controvertida de Phelps.



¿Refracción de la luz?



Las herramientas del diseño matemático al servicio del deporte

El diseño de las instalaciones puede contribuir a los records. Es lo que ocurrió en Beijing en la piscina olímpica, en el "Water Cube" con 12 records gracias a un diseño que los estimuló eliminando las turbulencias gracias a varios aspectos innovadores:

- Tres pies más profunda: se preserva así la visión del fondo pero las turbulencias se disipan sin volver a la superficie.
- Las líneas de boyas eran auténticos "traga olas".
- 10 pistas en lugar de las habituales 8.
- La luz fue calculada para ofrecer al nadador el máximo estímulo...

11.- Etorkizunari begira/Perspectivas



Control in an information rich World, SIAM, R. Murray Ed., 2003.

Eta beste asko....



Las matemáticas se verán influenciadas por la creciente tendencia a la **complejidad** y a la **multidisciplinaridad**. Aumentará así la importancia de áreas de las matemáticas como:

- La **matemática discreta** y los grafos;
- La **minería de datos**;

y otros campos de investigación como **las neurociencias** y



las ciencias sociales.

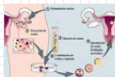


Paul Erdős (1913–1996) fue un matemático húngaro inmensamente prolífico y famoso excéntrico que, con cientos de colaboradores, trabajó en problemas sobre combinatoria, teoría de grafos, teoría de números, análisis clásico, teoría de aproximación, teoría de conjuntos y probabilidad.

MATEMÁTICA EN LA MEDICINA



Científicos del departamento de Matemáticas de la Universidad Jaume I de Castellón han descubierto un método matemático que, aplicado a las imágenes médicas, permite determinar los límites de los tumores de próstata, pulmón y vejiga. (Doc 28 Kb)



Un grupo de investigadores del Hospital de Cruces en la localidad vizcaína de Barakaldo, la Universidad de Cantabria y el Instituto Valenciano de Infertilidad ha descubierto una fórmula matemática para predecir en los ciclos de fertilización in vitro (FIV) la probabilidad de embarazo y de embarazo múltiple. (Doc 22 Kb)



Un grupo de neurocientíficos cognitivos ha demostrado que los bebés tienen un sentido numérico abstracto que les permite relacionar el número de voces que oyen con un número de caras determinado. Esto implica que los bebés tienen conceptos numéricos "incorporados" en sus cerebros, incluso antes de que aprendan a hablar. (Doc 72 Kb)



Científicos japoneses han ideado un método matemático de diagnóstico de la depresión basado en gráficas de medición del movimiento de los enfermos. Comparando la actividad de un grupo de personas sanas con la de otro grupo de personas depresivas consiguieron establecer ciertas diferencias en ambos casos, que podrían servir para medir de manera objetiva esta enfermedad. (Doc 33 Kb)

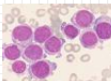


"Contando con las manos" y "Unidades antropométricas". Documento con actividades que pretenden dar a conocer algunas nociones muy básicas sobre la relación numérica que existe entre distintas partes del cuerpo, así como la estrecha conexión existente entre la aparición de los sistemas de numeración más utilizados a lo largo de la historia y nuestro propio cuerpo. (Pdf 80 Kb).



Curan un cáncer de hígado mediante una terapia basada en una fórmula matemática.

Investigadores españoles han conseguido la curación de un paciente desahuciado con un cáncer de hígado y abrirán una línea de tratamiento "muy importante" si tras un ensayo con más pacientes se confirma su efectividad. (Doc 22 Kb)



Investigadores de la Universidad de California en Irvine (Estados Unidos) han diseñado un modelo matemático que evalúa el tiempo y tipo de tratamiento que serían necesarios para curar la leucemia mieloide aguda. (Doc 22 Kb)



Aunque a primera vista pareciera que nada tienen que ver con la lucha contra el cáncer, las matemáticas, a través de las ecuaciones diferenciales, son un instrumento que puede ser aprovechado para revelar los secretos de la metástasis, que es la diseminación de un tumor primario maligno, generalmente por vía sanguínea o linfática, a órganos distantes. (Doc 33 Kb)

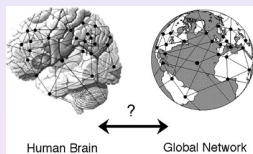
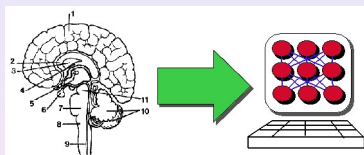


Un documento escrito por Alejandro Plascencia Rivera sobre "La importancia de las matemáticas en la medicina" (Pdf 65 Kb)



"Los números y la Medicina" documento escrito por Francisco L. Redondo. En él se lee: "siendo el acto central de la actuación médica el diagnóstico, si en este proceso heurístico se pueden discernir aspectos matemáticos —quiere decir, susceptibles de un tratamiento matemático—, se llegará a la conclusión de que, efectivamente, la relación entre estas dos ciencias a las que nos hemos referido tantas veces es todo lo estrecha que se pueda imaginar. (Pdf 227 Kb)

Habrá insospechados avances de la mano de nuevos algoritmos de computación....



El genio es un uno por ciento de inspiración, y un noventa y nueve por ciento de transpiración.

Thomas Alva Edison (1847–1931)

Not everything that can be counted counts, and not everything that counts can be counted.

Albert Einstein (1879–1955)

MATEMOZIOA 2013

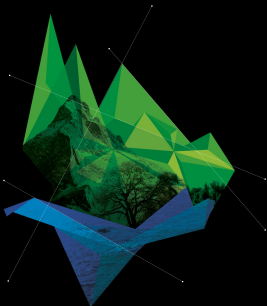
Matematikaren hitzordua | Cita con las Matemáticas

HITZALDIA | CONFERENCIA

Christiane Rousseau

*Mathematics of Planet Earth**

Matematika, teknologia eta berrikuntzarako ezinbesteko topaketa. | Un encuentro abierto a las matemáticas, la tecnología y la innovación.



07/03/2013 | 19:00

Sala Bastida | AlhóndigaBilbao
Plaza Arriquiran 4, Bilbao

*Hitzaldia ingelesez, asturera eta galegoz ere. Lanak topatu ditzakezu.
Conferencia en inglés con traducción simultánea. Afilar emleak.
Ez da erantsita | Inscripción: matemozioa@bcamath.org

(bcam) Basque Center for Applied Mathematics

IK4 Research for Innovation

LEONARDO QUINZANO Director General de BCAM

ikerbasque **innel** **ip** **math**

(bcam) Basque Center for Applied Mathematics

*Ezagutzen duguna ur tanta da. Ezagutzen ez duguna,
ordea, itxasoa....*

*Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es
el océano....*

Isaac Newton

