

Jacques–Louis Lions: Hasta siempre

por

Enrique Zuazua

Agur, Jauna!

EL HOMBRE

La tarea de escribir sobre el reciente y prematuramente desaparecido Jacques-Louis Lions me resulta muy difícil.

Conocí a Lions en la primavera de 1986 cuando yo iniciaba mi Tesis Doctoral en el Laboratoire d'Analyse Numérique de l'Université de Paris VI, fundado por él, y hoy denominado Laboratoire Jacques-Louis Lions.

Las circunstancias en las que encontré a Lions fueron sin duda un tanto singulares. Él, en aquella época, era Presidente del CNES (Centre National d'Etudes Spatiales), acababa de recibir el premio John von Neumann de la SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) y se estaba dedicando intensamente al estudio de la controlabilidad de sistemas, para lo cual había introducido el hoy clásico Hilbert Uniqueness Method (HUM). Tal y como él acostumbraba a hacer, se había puesto en contacto con diversos colaboradores, entre ellos Alain Haraux, mi director de Tesis, con el objeto de clarificar algunas cuestiones relacionadas con la ecuación de ondas. Lions estaba a punto de iniciar su curso 1986-87 en el Collège de France y pensó que Alain podría redactar las notas del curso, pero éste, a su vez, pensó en mí pues él iba a ausentarse durante el semestre. Así, al final de una de aquellas conferencias del inolvidable seminario de los viernes por la tarde en el Collège de France, fui presentado a Lions quien, con la mirada cálida pero firme que le caracterizaba y aquella sonrisa que delataba su aguda inteligencia y singular ingenio, me preguntó si era capaz de escribir en francés. Yo, con franqueza, le dije que, con la ayuda de mi diccionario, sí. Esa respuesta le bastó y me confió aquella tarea que ocupó buena parte de mi tiempo durante un año y que influyó de manera decisiva en mi carrera profesional.

Nunca supe cuál era el sorprendente mecanismo que él utilizaba para seleccionar las personas a las que confiaba tareas profesionales y que conducía, por ejemplo, a dejar en manos de un joven estudiante con escasa experiencia, semejante tarea. Yo creo que había mucho de intuición y otro tanto de aquel espíritu mediterráneo que le empujaba a asumir riesgos con el único objetivo de descubrir y entender nuevas cosas a través de las Matemáticas. En efecto, siempre tuve la sensación que Lions se interesaba en los problemas de Ma-

temáticas en la medida en que estos representaban pequeños laboratorios de cuestiones mucho más trascendentes del mundo que nos rodea.

Evidentemente, sus apuestas no siempre fueron acertadas. Pero el optimismo que le caracterizaba hacía que cada una de esas apuestas erradas se convirtiese en realidad en un acierto. Eso, junto con la extraordinaria energía con que la naturaleza le había regalado, hicieron de Lions muy pronto un hombre sabio y así, además de continuar con su trabajo como matemático, se vio llamado a desempeñar muchas otras tareas de gran envergadura.

Se ha escrito mucho sobre Lions y aún se seguirá escribiendo. Creo pues que mi aportación ha de ser breve. Sería sin duda pretencioso por mi parte ocupar muchas páginas de esta GACETA hablando de una persona de su trascendencia y proyección para la que las Matemáticas fueron el eje central de su polifacética tarea profesional en la que no solamente estableció y mantuvo numerosas colaboraciones científicas a lo largo de todo el planeta sino que fue a la vez una persona implicada en tareas de gestión del más alto nivel. Entre otras, la presidencia del Institut National de la Recherche en Informatique et Automatique (INRIA) que él fundó, del CNES antes citado o de la Academia de Ciencias de Paris y de la Unión Matemática Internacional.

Sí que me gustaría mencionar una de las frases que le escuché en más de una ocasión: “Los problemas no resueltos vuelven a surgir una y otra vez”. Tuve la ocasión de comprobar eso en varias ocasiones a lo largo de los años en los que colaboramos. Efectivamente, los problemas que en su momento no habíamos resuelto surgían nuevamente en más de una ocasión condicionando de ese modo la comprensión y el avance en la materia a la resolución de la vieja cuestión. En Matemáticas eso es frecuente, si no sistemático: descifrar una pequeña clave abre las puertas a infinidad de nuevas avenidas. Tal vez por eso Lions fue, dentro de su flexibilidad a la hora de tomar decisiones, una persona de convicciones firmes y sumamente resolutiva. Así, rara vez tuvo que echarse atrás en una decisión que ya hubiese tomado.

En lo que respecta a su contribución a las Matemáticas se ha dicho mucho también y creo que el artículo de Philippe Ciarlet que, traducido al castellano, se incluye en este número de LA GACETA es un fiel reflejo de su obra. Yo conocí de cerca sus realizaciones a partir de 1986 y más de cerca las desarrolladas en el ámbito del Control.

La Teoría del Control es sin duda una de esas disciplinas en las que las contribuciones de Lions marcarán un antes y un después. La revista ESAIM:COCV (European Series in Applied and Industrial Mathematics: Control, Optimization and the Calculus of Variations) (<http://esaim.emath.fr/>) acaba de publicar, en un volumen de dos tomos, un número especial en su memoria en el que se recogerán contribuciones de sus colaboradores más próximos en esta disciplina y podrá ser de utilidad para todos los interesados en conocer las aportaciones de Lions a este campo. Qué duda cabe, éstas son profundas y variadas, lo mismo que su rica descendencia matemática en la que a alumnos directos hay que sumar los muchos investigadores que colaboraron con él.

SUS CONTRIBUCIONES AL CONTROL

Una de las áreas de trabajo preferidas de Lions fue la de la Teoría del Control que él cultivó de una manera muy personal y con enorme eficacia. Cuando a finales de los sesenta comenzó a interesarse por este campo, su formación era la de un matemático puro que había contribuido de manera decisiva a lo que hoy forma ya parte de los fundamentos de la teoría moderna de las Ecuaciones en Derivadas Parciales y después había cultivado el ámbito del Análisis Numérico.

En la Teoría del Control Lions encontró el laboratorio perfecto donde ensayar todas sus técnicas e ideas. En efecto, controlar un sistema, algo fundamental tanto en la propia supervivencia de la especie humana como en los ámbitos más avanzados y sofisticados del desarrollo tecnológico, exige no sólo saber si las soluciones existen o no, si son regulares, o ser capaces de aproximarlas numéricamente. Efectivamente, controlar un sistema necesita también de una profunda comprensión de las propiedades cualitativas del sistema para poder prever la respuesta de las soluciones y su sensibilidad a las variaciones que en el sistema se introduzcan a través de los controles. Así, el Control fue siempre una de las piezas clave del paradigma que él popularizó: *Modelización - Análisis - Simulación Numérica - Control*.

Tras publicar en 1969 su célebre libro sobre Ecuaciones en Derivadas Parciales No-Lineales [L2], que constituye todavía hoy en día una referencia básica, Lions se interesó por la Teoría de la Homogeneización. Su libro [BLP] en colaboración con Alain Bensoussan y George Papanicolaou es una referencia obligada en esta disciplina.

Pero ya para entonces Lions se interesaba por la Teoría del Control y en 1968 había publicado un libro [L1] en francés en el que generalizaba a las EDP el principio del máximo que Pontryagin y sus colaboradores habían desarrollado en el caso de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y que constituyó uno de los hitos más importantes de la Teoría del Control. Este libro fue posteriormente traducido al inglés en 1971 e influyó de manera muy importante en el área.

Más adelante Lions escribió un nuevo libro sobre el Control de Sistemas Singulares [L3] y otro en colaboración con A. Bensoussan [L4] sobre el control de sistemas estocásticos. Más tarde publicó en China un libro con algunas contribuciones de Li-Ta-Tsien [L5]. Todos ellos son obras bien conocidas en el campo.

Esta actividad se vio reforzada y continuada a partir de 1973 por sus cursos anuales en el Collège de France en el marco de su cátedra “Analyse et Contrôle des Systèmes” en los que, cada año desarrollaba, un nuevo tema. No puedo dejar de resaltar que resulta sorprendente que una persona que compaginaba su cátedra del Collège de France con cargos como la presidencia del CNES fuese capaz de desarrollar cada otoño un nuevo curso que constituía foro de encuentro de muchos profesores franceses y extranjeros, jóvenes y seniors, y que inspiró a tantos investigadores en sus trabajos posteriores.

Más adelante Lions se interesó por los problemas de controlabilidad en los que se pretende saber si un sistema de evolución puede llevarse de un dato inicial a un dato final mediante la acción de un control adecuado. En 1986 Lions publicó una Nota en los Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris [L6] en la que introdujo su ya célebre método HUM para la controlabilidad de sistemas lineales de evolución. Lions desarrolló un poco más esta teoría en su artículo publicado en SIAM Review [L7] en la ocasión de la recepción del premio John von Neumann. Este tema fue el que eligió para sus cursos en el Collège de France en los años académicos 1986-87 y 1987-88. Los textos de estos cursos [L8] y [L9] fueron publicados en 1988 por Masson en sendos volúmenes de la colección RMA (Recherche en Mathématiques Appliquées) que Lions dirigía junto con Philippe Ciarlet.

Estos dos textos constituyeron una contribución central de Lions y el inicio de un fructífero período de investigación en el área durante los últimos quince años. Asimismo, sus trabajos posteriores en otros temas estuvieron fuertemente marcados por las técnicas y puntos de vista desarrollados en estos dos volúmenes y su trabajo posterior en este ámbito.

Existen aún numerosos problemas abiertos en Teoría del Control. Pero el área conoce dos eras: la anterior y posterior a las contribuciones de Lions.

Lions, en su trabajo en este campo, hizo gala de su talante abierto y creativo: Todos los métodos eran buenos si servían para resolver problemas y, además, la vida diaria o el mundo de la Industria por el que tanto se interesó, estaba llena de problemas que podían ser formulados en términos matemáticos que conducían con frecuencia a interesantes problemas de control.

Para Lions el binomio "*Matemáticas - Mundo real*" fue siempre indisoluble.

UN PROBLEMA ABIERTO

En homenaje a Lions, entendiendo que para él las cuestiones matemáticas habían siempre de jugar un papel central, y que fue en ese contexto que tuve la ocasión de conocerlo, me gustaría concluir estas líneas formulando un problema abierto que desde hace quince años le intrigó y que, a pesar de los esfuerzos de muchos, sigue aún estándolo. El lector interesado en una presentación más detallada de este problema podrá consultar [ZZ]. La teoría lineal correspondiente es una de las contribuciones maestras de Lions a la que antes hacíamos referencia ([L6]-[L9]).

Consideramos la ecuación de ondas semilineal

$$\begin{cases} y_{tt} - y_{xx} + y^3 = \chi_{\omega}(x)u(t, x) & \text{en } (0, 1) \times (0, T), \\ y = 0 & \text{para } t \in (0, T); x = 0, 1 \\ y(0) = y_0, \quad y_t(0) = y_1 & \text{en } (0, 1). \end{cases} \quad (1)$$

Se trata de un modelo no-lineal simplificado para las vibraciones de una cuerda. El *estado*, que representa la deformación de la cuerda, viene dado

por $y = y(x, t)$. El *control* viene dado por la función $u = u(x, t)$ que actúa sólo en una parte de la cuerda pues χ_ω denota la función característica del subintervalo $\omega = (\alpha, \beta)$. El problema que nos ocupa es sólo relevante cuando (α, β) es un subintervalo estricto de $(0, 1)$. En caso contrario, el control actúa en todo el dominio y hace que la presencia de la no-linealidad sea totalmente irrelevante.

El sistema anterior está bien puesto: Para cualquier par de datos iniciales (y_0, y_1) en el espacio de energía $H_0^1(0, 1) \times L^2(0, 1)$, y cada control u en $L^2((0, 1) \times (0, T))$ existe una única solución y en $C([0, T]; H_0^1(0, 1)) \cap C^1([0, T]; L^2(0, 1))$.

Además es conocido que, para cada dato inicial (y_0, y_1) de energía finita, existe un tiempo $T(y_0, y_1) > 0$, de modo que la solución se puede llevar al equilibrio en ese instante mediante un control adecuado. Es decir, existe $u \in L^2((0, 1) \times (0, T(y_0, y_1)))$ tal que la solución de (1) satisface

$$y(T) \equiv y_t(T) \equiv 0, \quad (2)$$

en ese instante.

Se trata de un resultado de *controlabilidad*. El resultado es de naturaleza global pues es válido para todos los datos iniciales pero no es uniforme pues el tiempo de control depende del dato inicial (las estimaciones de las que se dispone hasta el momento indican que T depende de manera logarítmica de la norma de los datos iniciales a controlar) en contraposición con lo que ocurre en el marco de las ecuaciones lineales.

El problema abierto al que hacía referencia es: *¿La ecuación (1) es controlable en un tiempo independiente de la talla de los datos iniciales a controlar?*

Esto es así en el caso de la ecuación de ondas lineal para la cual el tiempo puede calcularse fácilmente viendo cuánto tiempo una característica del sistema puede propagarse sin interceptar la región ω donde el control actúa. Se obtiene así un tiempo de control $T = 2 \max(\alpha, 1 - \beta)$.

Como decíamos más arriba, a pesar de intensos y múltiples esfuerzos, el problema está aún abierto. Estoy seguro de que a Lions le hubiese gustado conocer la respuesta y que ésta exigirá de ideas innovadoras con respecto a lo que hasta hoy se conoce.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Lamento profundamente la pérdida de Lions que se manifiesta ya en el día a día, pues ya no llegan aquellos faxes en los que, con la amabilidad, elegancia y profundidad de pensamiento que le caracterizaban, planteaba alguna de aquellas cuestiones matemáticas que constituían para mí y muchos otros, mucho más que un trabajo, uno de los mayores alicientes para empezar los días con optimismo y trabajar con pasión.

Nos queda el indeleble legado del maestro, pues lo era, y del hombre que, pese al gran prestigio profesional y social del que gozaba, siempre estuvo

dispuesto a escuchar, sin distinguir edades ni procedencias. Después de ver el volumen de correo que recibía a diario en el Collège de France, nunca conseguí entender cómo hacía para responder a tantas cartas y con tanta celeridad y eficacia, aportando casi siempre la idea o sugerencia acertada.

Lions, mediante su obra y escuela, seguirá influyendo en buena medida en nuestra concepción de las Matemáticas y, a través de ellas, en nuestra manera de entender el mundo que fue siempre su gran fuente de problemas abiertos.

Espero que sus valores humanos, su concepción del mundo y su manera de hacer también dejen su traza. Lions fue siempre muy francés, en el mejor sentido de la palabra, siendo universal. La Universidad española, que lo es de manera tan peculiar, tiene mucho que aprender del legado de hombres como él.

Pero el siglo XXI que estrenamos será sin duda otra cosa. Con Lions se nos va, ya casi del todo, una etapa épica de las Matemáticas que cada vez es más difícil reconocer hoy en el día a día.

Queda en cualquier caso su huella y mi más profundo agradecimiento.

REFERENCIAS

[BLP] A. BENSOUSSAN, J. L. LIONS Y G. PAPANICOLAOU, *Asymptotic Analysis for Periodic Structures* en “*Studies in Mathematics and its Applications*”, vol. 5, North-Holland, Amsterdam (1978).

[L1] J. L. LIONS, *Sur le Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*, Dunod, Gauthier Villars, Paris (1968). Traducción al inglés (S.K. Mitter), Springer-Verlag, Lecture Notes, vol. 170 (1971).

[L2] J. L. LIONS, Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires, en “*Etudes Mathématiques*”, Dunod, Gauthier Villars, Paris (1969).

[L3] J. L. LIONS, *Perturbations singulières dans les problèmes aux limites et en Contrôle optimal*, Springer Verlag, New York, Lecture Notes in Mathematics, vol. 323 (1973).

[L4] J. L. LIONS, *Applications des inéquations variationnelles en Contrôle stochastique*, Dunod-Bordas, Collection M.M.I., Paris (1978).

[L5] J. L. LIONS, *Some Methods in the Mathematical Analysis of Systems and their Control*, Science Press, Beijing (China) y Gordon & Breach Science Publishers Inc., New York (1981).

[L6] J. L. LIONS, Contrôlabilité exacte des systèmes distribués. *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, t. 302 (13), série I, 471-475, Avril 1986.

[L7] J. L. LIONS, Exact Controllability, Stabilization and Perturbations for Distributed Systems, John Von NEUMANN Lecture 1986, SIAM Annual Meeting, 1986, Boston, *SIAM Review*, **30** (1) (1988), 1-68.

[L8] J. L. LIONS, Contrôlabilité exacte, Perturbations et Stabilisation de Systèmes Distribués: Contrôlabilité exacte, Masson, Paris, Collection R.M.A. (Recherches en Mathématiques Appliquées), vol. 8, 1988.

[L9] J. L. LIONS, *Contrôlabilité exacte, Perturbations et Stabilisation de Systèmes Distribués: Contrôlabilité exacte*, Masson, Paris, Collection R.M.A. (Recherches en Mathématiques Appliquées), vol. 9, 1988.

[ZZ] X. ZHANG Y E. ZUAZUA, Exact controllability of the semilinear wave equation, en “*Open problems in mathematical systems theory and control*”, en vías de publicación. (<http://www.inma.ucl.ac.be/blondel/op/>).

Enrique Zuazua
Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049 Madrid
correo electrónico: enrique.zuazua@uam.es
