

Análisis, Aproximación Numérica y Diseño Óptimo de Ecuaciones en Derivadas Parciales

Enrique Zuazua Iriondo

Universidad Autónoma de Madrid
IMDEA-Matemáticas

1 de febrero de 2008

Miembros del proyecto

Iniciales

- Enrique Zuazua (UAM)
- Carlos Castro (UPM)
- Chuang Zheng (UAM)
- Francisco Palacios (IMDEA-M)
- Liviu Ignat (UAM)
- Miguel Cea (Técnico BFM2002, 1/06/2003 - 31/05/2007)
- Miguel Escobedo (UPV)
- Rafael Orive (UAM)
- Xu Zhang (UAM)
- Sorin Micu (U. Craiova)
- Carlos Lozano (INTA)

Miembros del proyecto

Iniciales

- Enrique Zuazua (UAM)
- Carlos Castro (UPM)
- Chuang Zheng (UAM)
- Francisco Palacios (IMDEA-M)
- Liviu Ignat (UAM)
- Miguel Cea (Técnico BFM2002, 1/06/2003 - 31/05/2007)
- Miguel Escobedo (UPV)
- Rafael Orive (UAM)
- Xu Zhang (UAM)
- Sorin Micu (U. Craiova)
- Carlos Lozano (INTA)

Incorporaciones posteriores

- Aurora Marica (Beca FPI-MEC 2006)
- Lara Hernando (Técnico MTM2005, 08/01/2007 - 04/05/2007)
- Blanca Ayuso (Juan de la Cierva 2006)
- Alessandro Ferriero (Ramón y Cajal 2007)
- José M^a Palomo (Técnico MTM2005, 23/07/2007 - hoy)
- María López (Juan de la Cierva 2007)

Colaboradores financiados por otras fuentes

- Jose Antonio García (Postdoc SIMUMAT)
- Sebastian Sager (Postdoc SIMUMAT)
- Antonio Baeza (PROFIT-IMDEA)
- Marta Hidalgo (PROFIT-IMDEA)
- Cristi Cazacu (IMDEA)
- Sylvain Ervedoza (Fondos UE + MTM)
- Julie Valein (MTM)
- Michael Gschel (Fondos UE)

Visitas recibidas (I)

- Franco Brezzi
 - Mimetic Finite Differences: new perspectives, 9 de Mayo de 2006.
 - Colloquium: Plates, Shells, and Numerical Headaches, 10 de Mayo de 2006.
- Donatella Marini
 - Discontinuous Galerkin Methods, 9 de Mayo de 2006.
 - Discontinuous Galerkin Methods II, 11 de Mayo de 2006.
- Rosa María Donat Beneito
 - Métodos en Diferencias Finitas para Ecuaciones y Sistemas Hiperbólicos, 20 al 24 de Noviembre de 2006.
- Michel Rascle
 - Some mathematical problems arising in the modeling of traffic flow, 28 de Noviembre de 2006.
- José Sánchez-Dehesa
 - Propiedades de los Cristales de Sonido en el límite de homogenización, 9 de Marzo de 2007.

Visitas recibidas (II)

- Hart F. Smith
 - L^p bounds on eigenfunctions for rough metrics, 20 de Marzo de 2007.
- Arieh Iserles
 - Lie-group methods in geometric numerical integration, 22 al 25 de Octubre de 2007.
 - Highly oscillatory quadrature and its applications, 22 al 25 de Octubre de 2007.
- Judith Vancostenoble, Sylvain Ervedoza, Julie Valein
 - PDE Seminars, 5 de Diciembre de 2007.
- Eli Turkel
 - Estancia de sabático del MEC 2006, del 2 de diciembre de 2007 al 29 de febrero de 2008.

<http://www.uam.es/proyectosinv/cen2/>

http://www.uam.es/proyectosinv/cen2/

Gobierno de España
Ministerio de Educación y Ciencia

Análisis, Aproximación Numérica y Diseño Óptimo de Ecuaciones en Derivadas Parciales (MEC MTM2005-00714)

→ Presentación
→ Proyecto
→ Equipo
→ Objetivos
→ Publicaciones
→ Documentos
→ Novedades
→ Enlaces

Proyecto subvencionado por el MEC con código MTM2005-00714

Investigador principal: Enrique Zuazua Iriondo
enrique.zuazua (at) uam.es

② Novedades

Enrique Zuazua Iriondo premio Nacional de Investigación 2007 "Julio Rey Pastor" en Matemáticas y Tecnologías de la Infomación y las Comunicaciones

Control of Physical Systems and Partial Differential Equations
Institut Henri Poincaré — Amphithéâtre Hermite
Paris (Francia). 16 al 20 de Junio de 2008

IMSE 2008: The Tenth International Conference on Integral Methods in Science and Engineering
Ponentes invitados: B. Engquist (U. Texas), G. A. Kriegsmann (U. Heights), E. Sanchez-Palencia (U. Paris VI) y E. Zuazua (IMDEA Matemáticas y U. Autónoma de Madrid)
Santander (España). 7 al 10 de Julio de 2008

New directions in Continuum Mechanics: On the interplay among mathematics, mechanics and physics
Castro Urdiales (España). 8 al 11 de Septiembre de 2008

ConsoliderMathematica

Projeto DOMINO

IMDEA Matemáticas

Programa SIMUMAT

Captación de Recursos

- Programa de actividades para 4 años con acrónimo “**SIMUMAT**”. Concedido el 15 de diciembre de 2005, para la investigación multidisciplinar. Creado a partir de las infraestructuras existentes en la CM sobre 4 nodos: UAM, CSIC, INTA y UC3M. Presupuesto **803.000 €**.
- Proyecto Consolider Ingenio 2010 con acrónimo “**i-MATH**” de 5 años de duración (2006-2010). Macro proyecto nacional creado a partir de los proyectos de grupos de investigación, entre los que se encuentra el MTM2005-00147. Presupuesto **7.5M €**.
- Proyectos PROFIT para 2 años con acrónimos “**DOMINO I**” (2005-2006) y “**DOMINO II**” (2005-2006). Con equipos en los que participan diversos miembros de este proyecto están orientados a los aspectos más computacionales del diseño en aeronáutica. Presupuesto **300.000 y 600.000 €**, resp.

Cluster ODISEA. Recurso a coste 0 para el proyecto

Descripción técnica: 16 nodos duales en Rack con dos procesadores Intel Xeon EMT64 de 64 bits a 3,2 Ghz cada una (32 procesadores).

Descripción financiera:

- Coste directo (gasto del equipo) Proyecto SIMUMAT (Nodo UAM): **46.552 €** CSIC (Financiación propia que no proviene de proyectos) **75.000 €** Total: **121.552 €**.
- Coste indirecto (mantenimiento): refrigeración, electricidad, seguridad, espacios, red, supervisión, etc: **44.500 €/año** Financiado por la UAM, sin cargo a proyectos.

Responsable científico: Ana María Mancho (Científico titular IMAFF-CSIC)

Responsable científico técnico: Jose María Palomo (Técnico MTM2005)

Ubicación: Centro de Computación Científica de la UAM (Facultad de Ciencias, Módulo C-XVI, 1^a planta)

Principales Líneas de Investigación

- Métodos Numéricos para Ecuaciones Dispersivas y Medios Heterogéneos
C. Castro, L. Ignat, S. Micu, R. Orive, E. Zuazua
- Diseño Óptimo y Control
C. Castro, M. Cea, C. Lozano, S. Micu, F. Palacios, X. Zhang, E. Zuazua
- Desigualdades de Carleman Discretas y Esquemas Numéricos
X. Zhang, C. Zheng, E. Zuazua
- Ecuaciones Cinéticas e Hiperbólicas
M. Escobedo, R. Orive, E. Zuazua

Nuevas líneas de investigación activas en el grupo

- Métodos de Galerkin Discontinuos
B. Ayuso, A. Marica

- Cálculo de Variaciones
A. Ferriero

Métodos Numéricos para Ecuaciones Dispersivas y Medios Heterogéneos

Métodos para la Ecuación de Schrödinger

Desarrollo y análisis de métodos numéricos para la ecuación de Schrödinger que preserven las propiedades dispersivas de las soluciones uniformemente con respecto al tamaño del malla.

Técnicas: filtración en el espacio de las frecuencias de Fourier, viscosidad numérica y precondicionamiento bimalla.

Publicaciones

- [1] L.I. Ignat, *Fully discrete schemes for the Schrödinger equation: Dispersive properties*, Math. Models Methods Appl. Sci., 2007.
- [2] L.I. Ignat, *Global Strichartz estimates for approximations of the Schrödinger equation*, Asymptotic Analysis, 2007.
- [3] L.I. Ignat & E. Zuazua, *Numerical dispersive schemes for the nonlinear Schrödinger Equation*, sometido a SIAM J. Numer. Anal.

Control Numérico de la Ecuación de Ondas

- Algoritmos bimalla basados en el método en diferencias finitas para el problema de control desde la frontera en un cuadrado.
- Desarrollo de esquemas convergentes basados en la aproximación por elementos finitos mixtos para el problema de control en la frontera en una y dos dimensiones.
- Introducción de esquemas convergentes con viscosidad numérica para aproximar el control en la frontera en el caso unidimensional.

Control Numérico de la Ecuación de Ondas

Publicaciones

- [1] L.I. Ignat & E. Zuazua, *Convergence of a two-grid algorithm for the control of the wave equation*, por aparecer en Journal of European Mathematical Society.
- [2] C. Castro & S. Micu, *Boundary controllability of a linear semi-discrete 1-D wave equation derived from a mixed finite element method*, Numerische Mathematik, 2006.
- [3] C. Castro, S. Micu & A. Munch, *Numerical approximation of the boundary control for the wave equation with mixed finite elements in a square*, por aparecer en IMA J. Numer. Anal.
- [4] S. Micu, *Uniform boundary controllability of a semi-discrete 1-D wave equation with vanishing viscosity*, sometido para publicación.

Homogeneización

- Estudio de ondas de Bloch y aplicaciones al estudio de problemas en medios heterogéneos con estructura periódica.
- Problemas de autovalores en estructuras fuertemente oscilantes.

Publicaciones

- [1] G. Allaire & [R. Orive](#), *Homogenization of periodic non self-adjoint problems with large drift and potentials*, ESAIM COCV, 2007.
- [2] J. Fernández-Bonder, [R. Orive](#) & J. D. Rossi, *The best Sobolev trace constant in a domain with oscillating boundary*, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 2007.
- [3] [R. Orive](#), *Numerical examples of finite difference approximation of homogenization problems*, Multi scale problems and asymptotic analysis, GAKUTO Internat. Ser. Math. Sci. Appl., 2006.

Homogeneización

- [4] C. Conca, R. Orive & M. Vanninathan, *On Burnett coefficients in periodic media*, Journal of Mathematical Physics, 2006.
- [5] R. Orive & E. Zuazua, *Finite difference approximation of homogenization problems for elliptic equations*, Multiscale Methods & Simulation, 2005.
- [6] G. Allaire & R. Orive, *On the band gap structure of Hill's equation*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2005.
- [7] J. Fernández–Bonder, R. Orive, & J. D. Rossi, *The best Sobolev trace constant in periodic media for critical and subcritical exponents*, sometido para publicación.
- [8] J. Fernández–Bonder, R. Orive, & J. D. Rossi, *The best Sobolev trace constant in domains with holes for critical or subcritical exponents*, sometido a Proc. Royal Soc. of Edimb.
- [9] D. Dupuy, R. Orive & L. Smaranda, *Bloch waves homogenization of a Dirichlet problem in a periodically perforated domain*, sometido a Asymptotical Analysis.

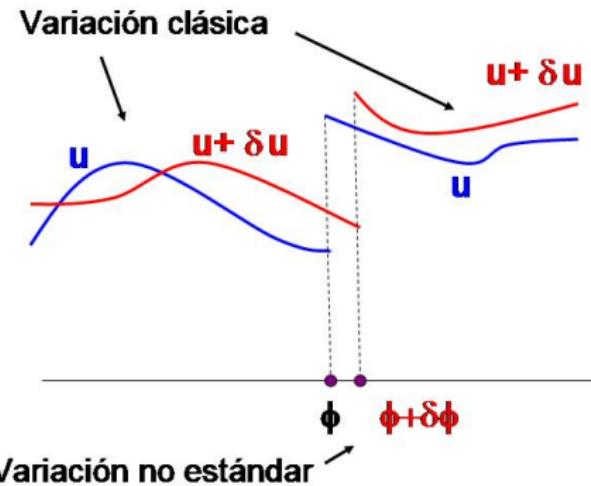
Diseño Óptimo y Control

Diseño Óptimo en Aeronáutica

Problema: Calcular el perfil que minimiza la resistencia maximizando la sustentación.

- Formulación sistemática de los problemas de diseño óptimo para perfiles aerodinámicos basada en la metodología adjunta.
- Eliminación de los términos de segundo orden en la expresión de la derivada con respecto a la forma para problemas gobernados por la ecuación de Navier Stokes, que permite evitar métodos de orden alto para integrar estas ecuaciones.
- Desarrollo de esquemas numéricos que preservan las condiciones adjuntas de Rankine-Hugoniot.
- Incorporación del Level Set Method a los códigos de optimización.
- Implementación sobre código industrial del método adjunto continuo en 3D.
- Optimización bajo leyes de conservación en presencia de discontinuidades.

Optimización en Presencia de Discontinuidades



En las nuevas ecuaciones incluimos como nuevas variables las variaciones en la posición de las discontinuidades.

Para **leyes de conservación**, las nuevas variables satisfacen una adecuada **linealización de las condiciones de Rankine-Hugoniot**.

Diseño Óptimo en Aeronáutica

Publicaciones

- C. Castro, C. Lozano, F. Palacios & E. Zuazua, *Systematic Continuous Adjoint Approach to Viscous Aerodynamics design on Unstructured Grids*, AIAA Journal, 2007.
- C. Castro, F. Palacios & E. Zuazua, *An alternating descent method for the optimal control of the inviscid Burgers equation in the presence of shocks*, por aparecer en Math. Models and Methods in Appl. Science.

Otros problemas de Optimización de Forma

Problema: Métodos numéricos adecuados para que los dominios óptimos obtenidos al considerar los problemas discretizados converjan a algún dominio óptimo para los problemas continuos originales.

Publicaciones

- [1] M. Cea & E. Zuazua, *Finite Element Approximation of 2D Parabolic Optimal Design Problems*, Proceedings of ENUMATH 2005.

Control de Ecuaciones en Derivadas Parciales Estocásticas

- Obtención de una desigualdad de Carleman y de observabilidad para ecuaciones de ondas estocásticas.
- Desarrollo de un enfoque universal para obtener las propiedades de observabilidad y continuación única de ecuaciones parabólicas estocásticas e hiperbólicas deterministas y estocásticas.

Publicaciones

- [1] X. Zhang, *Carleman and Observability Estimates for Stochastic Wave Equations*, sometido a SIAM Journal on Mathematical Analysis.
- [2] X. Zhang, *Unique continuation and observability for stochastic parabolic equations and beyond*, Control Theory and Related Topics, World Scientific Publishing, 2007.
- [3] X. Zhang, *Carleman and observability estimates for stochastic wave equations*, SIAM J. Math. Anal., in submission.

Control de ecuaciones dispersivas y parabólicas

Publicaciones

- [1] S. Micu & E. Zuazua, *On the controllability of a fractional order parabolic equation*, SIAM J. Control Optim., 2006.
- [2] S. Micu, L. Rosier, J. Ortega & B.-Y. Zhang, *Estudio de las propiedades de controlabilidad de un sistema Boussinesq*, sometido para publicación.
- [3] C. Castro & E. Zuazua, *Adendum to Concentration and lack of observability of waves in highly heterogeneous media*, Arch. Rat. Mech. Anal., 2007.
- [4] X. Fu, J. Yong & X. Zhang, *Exact controllability for the multidimensional semilinear hyperbolic equations*, SIAM J. Control Optim., 2007.

Controlabilidad de problemas semidiscretos en tiempo

- Obtención de propiedades de controlabilidad para proyecciones adecuadas de las soluciones semicretas en tiempo de ecuaciones parabólicas y de ondas.
- Resultados de observabilidad uniforme para semidiscretizaciones temporales de problemas de evolución conservativos abstractos.

Publicaciones

- [1] C. Zheng, *Controllability of time discrete heat equation*, sometido a Asymptotic Analysis.
- [2] X. Zhang, C. Zheng & E. Zuazua, *Exact controllability of the time discrete wave equation*, por aparecer en Discrete Contin. Dyn. Syst.
- [3] S. Ervedoza, C. Zheng & E. Zuazua, *On the observability of time-discrete conservative linear systems*, sometido a J. Funct. Anal.

Ecuaciones Cinéticas e Hiperbólicas

Ecuaciones de coagulación fragmentación y ecuaciones cinéticas para partículas cuánticas

Existencia de soluciones, propiedades de regularidad y comportamiento asintótico.

Publicaciones

- [1] M. Escobedo, S. Mischler & M. R. Ricard, *On self-similarity and stationary problem for fragmentation and coagulation models.*, Annales de l'IHP., 2005.
- [2] N.B. Abdallah, M. Escobedo & S. Mischler, *Convergence to the equilibrium for the Pauli equation without detailed balance condition*, Comptes Rendus Mathématiques, 2005.
- [3] M. Escobedo & S. Mischler, *Dust and self similarity for the Smoluchowski coagulation equation*, Annales de l'IHP., 2006.
- [4] M. Escobedo, S. Mischler & J. J. L. Velazquez, *On the fundamental solution of a linearised Uehling-Uhlenbeck equation*, Arch. Rat. Mech. Anal., 2007.

Estudio asintótico de ecuaciones hiperbólicas

- Leyes de conservación escalares $1 - d$: Obtención de la tasa de convergencia a la solución fundamental cuando $t \rightarrow \infty$.
- Estudio del comportamiento asintótico a tiempos grandes de sistemas hiperbólicos relajados basado en la descomposición del semigrupo en la componente parabólica e hiperbólica.

Publicaciones

- [1] J. Dolbeault & M. Escobedo, *L^1 and L^∞ intermediate asymptotics for scalar conservation laws*, Asymptotic Analysis, 2005.
- [2] R. Orive & E. Zuazua, *Long-time behavior of solutions to a non-linear hyperbolic relaxation system*, Journal of Differential Equations, 2006.
- [3] R. Orive, *Weakly nonlinear long-time behavior of solutions to a hyperbolic relaxation systems*, Proceedings of EQUADIFF 2003. World Scientific, 2005.

Nuevas líneas de investigación activas en el grupo

Métodos de Galerkin Discontinuos

- Análisis de Fourier del Método Interior Penalty, para el problema del laplaciano $1 - d$ en todo \mathbb{R} . Diagramas de dispersión, observabilidad y controlabilidad.
- Problemas de advección-difusión-reacción: Análisis en el caso general con coeficientes variables.
- Técnicas de Descomposición de Dominios: Construcción y análisis unificado de preacondicionadores para todos los métodos para problemas elípticos. Primeros resultados para métodos de Schwarz para aproximaciones no simétricas.

Métodos de Galerkin Discontinuos

Publicaciones

- [1] A. Marica, *Fourier Analysis of the Interior Penalty Method*, Memoria de DEA, UAM, Sept. 2007.
- [2] M. I. Asensio, B. Ayuso & G. Sangalli, *Coupling Stabilized Finite Element methods with Finite Difference time integration for the unsteady advection-diffusion-reaction problem*, CMAME, 2007.
- [3] M. I. Asensio, B. Ayuso, L. Ferragut & G. Sangalli, *Numerical Methods for Modelling Leaching of Pollutants in Soils*, Computer & Structures Adv. in Eng. Software, 2007.
- [4] B. Ayuso, J. de Frutos & J. Novo, *Improving the Accuracy of the Mini-Element Approximation to Navier-Stokes equations*, IMAJNA, 2007.
- [5] P. F. Antonietti & B. Ayuso, *Schwarz Domain Decomposition Preconditioners for Discontinuous Galerkin Approximations of Elliptic Problems: Non-overlapping Case*, M2AN, 2007.

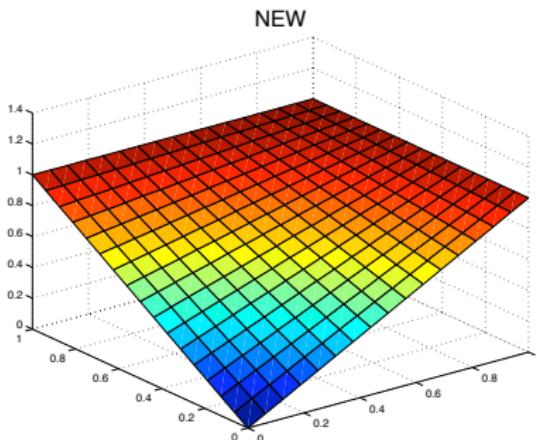
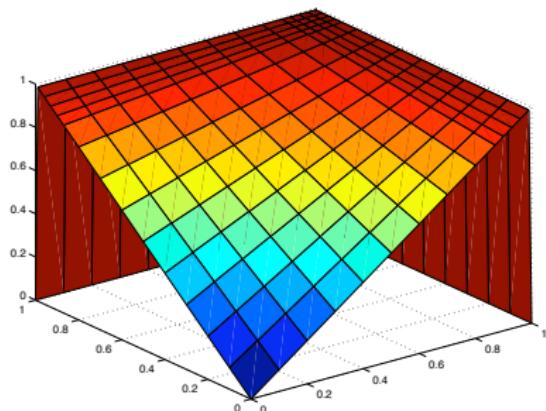
Métodos de Galerkin Discontinuos

- [6] P. F. Antonietti & B. Ayuso, *Multiplicative Schwarz methods for DG approximations of elliptic problems*, por aparecer en M2AN.
- [7] P. F. Antonietti & B. Ayuso, *Two-Level Schwarz Preconditioners for Super Penalty Discontinuous Galerkin Methods*, por aparecer en CiCP.
- [8] B. Ayuso & L. D. Marini, *Discontinuous Galerkin Approximation for Advection-Diffusion-Reaction problems*, Preprint 2007.
- [9] P. F. Antonietti & B. Ayuso, *Class of Preconditioners for Discontinuous Galerkin Approximations of Elliptic Problems*, Domain Decomposition Methods in Science and Engineering XVII, Series: Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 2008.
- [10] P. F. Antonietti & B. Ayuso, *Multiplicative Schwarz algorithms for symmetric discontinuous Galerkin methods*, Selected Contributions from the 8th SIMAI Conference, Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences, World Scientific, 2007.

Problema tipo $-\varepsilon \Delta u + \beta \cdot \nabla u = f$, en $[0, 1]^2$ (I)

Condiciones de contorno de tipo Dirichlet.

Problema con capa límite en la frontera: $\varepsilon \neq 0$, $\beta = [1, 1]^T$. La forzante f tiene capa límite en la frontera.



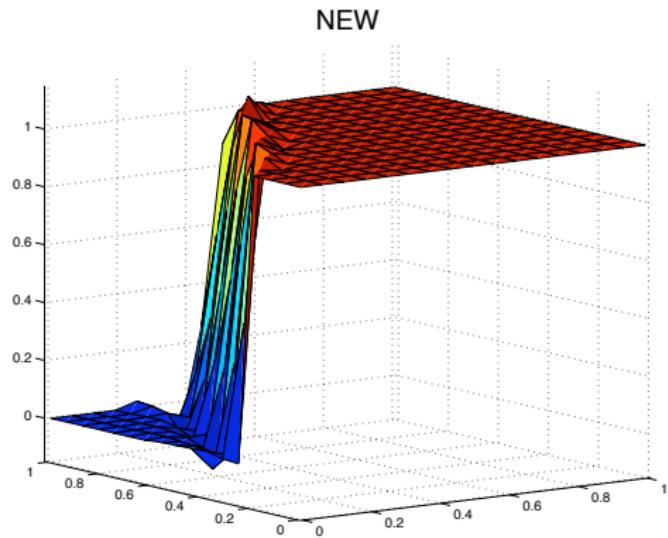
Solución exacta y aproximación para $\varepsilon = 1e - 09$.

Problema tipo $-\varepsilon \Delta u + \beta \cdot \nabla u = f$, en $[0, 1]^2$ (II)

Problema con capa límite interna: $\varepsilon = 1e - 09$, $f = 0$, y advección constante formando un ángulo de 60° con el eje OX .

Condiciones de contorno Dirichlet no homogéneas:

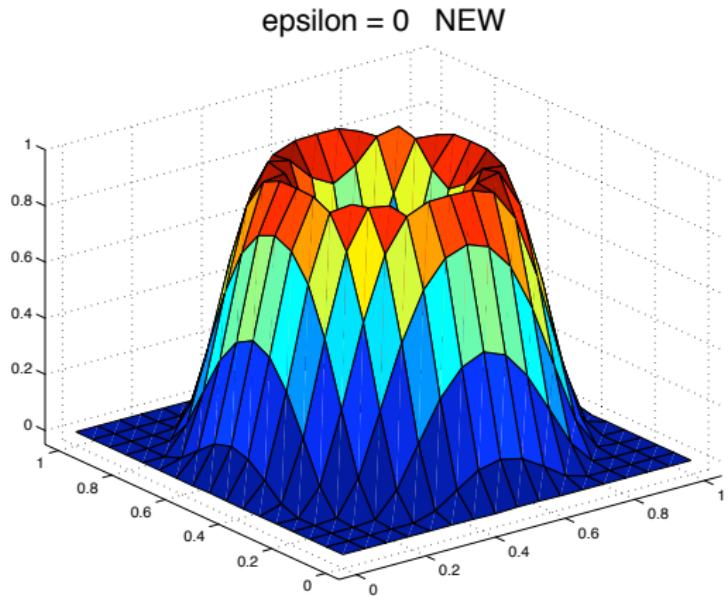
$$u = \begin{cases} 1, & \text{si } y = 0, \\ 1, & \text{si } x = 0, \ y \leq 1/5, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$



Problema tipo $-\varepsilon \Delta u + \beta \cdot \nabla u = f$, en $[0, 1]^2$ (III)

Problema puramente hiperbólico (Rotating Flow): $\varepsilon = 0$, $f = 0$ y
 $\beta = [y - 1/2, 1/2 - x]^T$.

La solución $u(1/2, y) = \sin^2(2\pi y)$ se impone para $y \in [0, 1/2]$.



Cálculo de Variaciones

- Se demuestra que la convexidad estricta con respecto de x de la Lagrangiana $L(t; u; x)$ es condición suficiente para que las soluciones cumplan la condición de regularidad parcial de Tonelli.
- Problema de perímetro mínimo para conjuntos que contienen un subconjunto fijo E en \mathbb{R}^2 en un contexto muy general, dándose una solución explícita.
- Desarrollo de un criterio para seleccionar la solución más regular de Ecuaciones Diferenciales Implícitas en ausencia de convexidad.

Publicaciones

- [1] A. Ferriero, *On the Tonelli's partial regularity*, Preprint 2007.
- [2] A. Ferriero & N. Fusco, *A note on sets of finite perimeter in the plane*, Preprint 2007.
- [3] B. Dacorogna & A. Ferriero, *Regularity and selecting principles for Implicit ODEs*, Preprint 2007.

Tesis

Dirigidas por Enrique Zuazua:

- [Liviu Ignat](#): “*Propiedades cualitativas de esquemas numéricos de aproximación de ecuaciones de difusión y de dispersión*”. Defendida en la UAM, Septiembre del 2006. Calificación: Apto cum laude, por unanimidad.
- [Chuang Zheng](#): “*Control of time-discrete approximation schemes for partial differential equations*”. Defendida en la UAM, Enero del 2008. Calificación: Apto cum laude, por unanimidad.
- En fase de realización: [Cristi Cazacu](#) (beca IMDEA) y [Aurora Marica](#) (beca FPI).

Conferencias, seminarios y cursos

Resumen de Conferencias, Seminarios y Cursos impartidos

MIEMBRO	CONFERENCIAS	SEMINARIOS	CURSOS
Enrique Zuazua	20	23	7
Miguel Escobedo	5		
Sorin Micu	2		1
Carlos Castro			2
Liviu Ignat	2		
Xu Zhang	2		2
Rafael Orive	4		1
Blanca Ayuso	4		
Francisco Palacios	15		2

Premios y Menciones

Enrique Zuazua

- Premio Nacional de investigación “Julio Rey Pastor” 2007.
- Premio Euskadi de Investigación 2006.
- Director de la Fundación IMDEA Matemáticas desde el 13 de junio de 2006.
- Presidente del Panel de Matemáticas del ERC (2008, 2010 y 2012).