Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2024-25

PROFESOR:

Número máximo de TFG que solicita dirigir:

1.- TEMA: Teselaciones y bases ortogonales

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido:

La conjetura de Fuglede dice que un subconjunto E de R^n recubre R^n mediante traslaciones si y sólo si L^2 tiene una base ortonormal de exponenciales. Se propuso a partir del trabajo de Fuglede de 1974, en probó una versión reducida de esta conjetura. Posteriormente se demostró que la conjetura es cierta en algunos casos particulares. El trabajo de Tao y otros autores muestra que la conjetura es falsa en R^3 y en dimensión 5 y superiores.

Requisitos:

El alumno debe haber cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable Real.

Bibliografía/referencias:

[F] B. Fuglede: Commuting self-adjoint partial differential operators and a group theoretic problem. J. Funct. Anal. 16 (1974), 101-121.

[K] M. Kolountzakis, The study of translational tiling with Fourier Analysis. Lectures given at the Workshop on Fourier Analysis and Convexity, Universitá di Milano-Bicocca, June 11-22, 2001

[KM] M. Kolountzakis, M. Matolcsi, Tiles with no spectra. Forum Math. 18 (2006), 519-528.

[KM] M. Kolountzakis, M. Matolcsi, Tilings by translation (2010). arXiv:1009.3799.

[L] I. Laba, Fuglede's conjecture for a union of two intervals. Proc. Amer. Math. Soc. 129 (2001), 2965-2972.

[T] T. Tao, Fuglede's conjecture is false in 5 and higher dimensions. Math. Res. Lett. 11 (2004), 251-258.

2.TEMA: Transformada de Fourier y Medidas de Hausdorff

Válido para 1 alumno

Resumen/contenido:

- Preliminares de Teoría Geométrica de la Medida: medida y dimensión de Hausdorff, lema de Frostman.
- Transformada de Fourier en L^1 y L^2. Transformada de Fourier de funciones radiales. Dimensión de Fourier y conjuntos de Salem.
- Aplicaciones del Análisis de Fourier a la Teoría Geométrica de la Medida. Proyecciones, conjuntos de distancias, construcciones específicas.

Requisitos: es importante que el alumno haya cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. También sería natural que estuviera cursando la asignatura Variable Real de cuarto curso.

Bibliografía/referencias: El libro básico para el trabajo será el de Pertti Mattila [M2].

[F] Kenneth J. Falconer, The Geometry of Fractal Sets. Cambridge University Press (1985)
[M1] Pertty Mattila, Geometry of Sets and Measures in Euclidean Spaces. Fractals and Rectiability, Cambridge University Press (1995)
[M2] Pertti Mattila, Fourier Analusis and Hausdorff Dimension. Cambridge University Press, 2015.
[S] Elias M. Stein, Rami Shakarchi, Real Analysis. Measure theory, integration & Hilbert spaces, Princeton University Press (2005)

2.- TEMA: Operadores maximales y diferenciación de integrales

Válido para 2 alumnos.

Resumen/contenido:

- El operador maximal de Hardy-Littlewood. Teorema de diferenciación de Lebesgue.
- Aproximaciones de la identidad.
- Funciones de variación acotada. Continuidad absoluta.
- Lemas de cubrimiento y diferenciación. Bases de rectángulos. Teorema maximal fuerte.
- Operadores maximales direccionales y operador maximal de Kakeya. Conjuntos de Besicovitch y Nikodym.

De los apartados tercero, cuarto y quinto, que son extremadamente amplios, se elegirán algunos temas.

Requisitos:

El alumno debe haber cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable Real

Bibliografía/referencias:

[Gr] Grafakos, Loukas, Modern Fourier Analysis. Springer 2009.

[Gu] Guzman, Miguel de, Real Variable Mehods in Fourier Analysis, North-Holland 1981.

[R] Rudin, Walter, Análisis real y complejo, Alhambra 1985.

[S] Elias M. Stein, Rami Shakarchi, Real Analysis. Measure theory, integration & Hilbert spaces, Princeton University Press (2005)

3.- TEMA: Aplicaciones del Análisis Armónico a la ecuación de Schrödinger

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido:

- Definiciones y propiedades básicas de la transformada de Fourier, los espacios Lp y las distribuciones temperadas.

- Ecuación lineal de Schrödinger. Solución el problema de valores iniciales. Desigualdades de Strichartz.

- Ecuaciones no lineales. Teoría de existencia y unicidad local para datos en L2, H1 y H2.

- Ecuaciones no lineales: existencia global y scattering.

Requisitos:

El alumno debe haber cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida y Ecuaciones en derivadas parciales.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles:

Bibliografía/referencias:

[C] Cazenave, Tierry, An introduction to nonlinear Schrödinger equations, Instituto de Matemática–UFRJ Rio de Janeiro (1996).

[LP] Linares, Felipe; Ponce, Gustavo, Introduction to Nonlinear Dispersive Equations, Springer 2009.

[T] Tao, Terence, Nonlinear Dispersive Equations, American Mathematical Society 2006.