

# La medición del mundo

Eugenio Hernández

Departamento de Matemáticas

Universidad Autónoma de  
Madrid



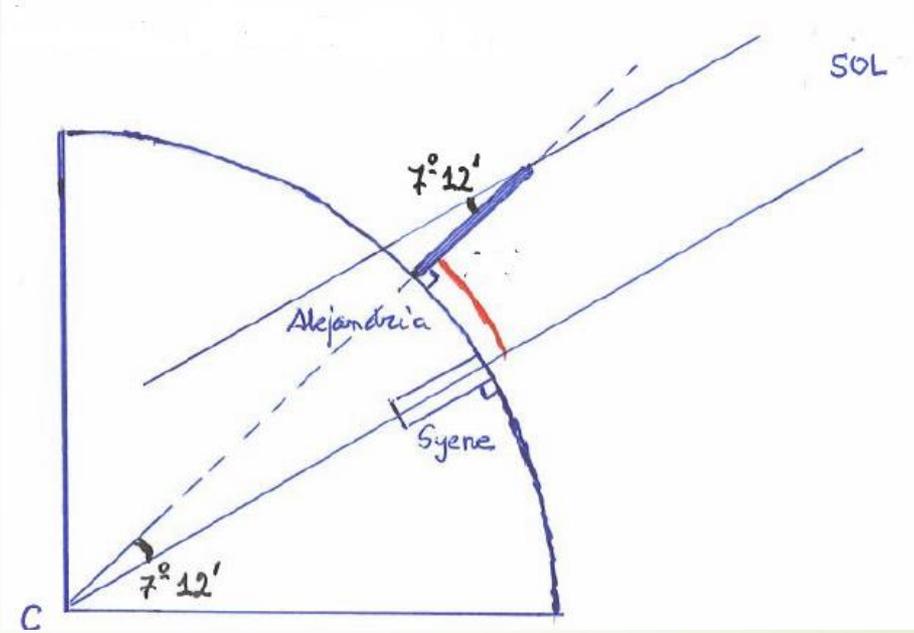
La Corrala

Jueves, 12 de abril de 2018

# El tamaño de la Tierra en la Antigüedad



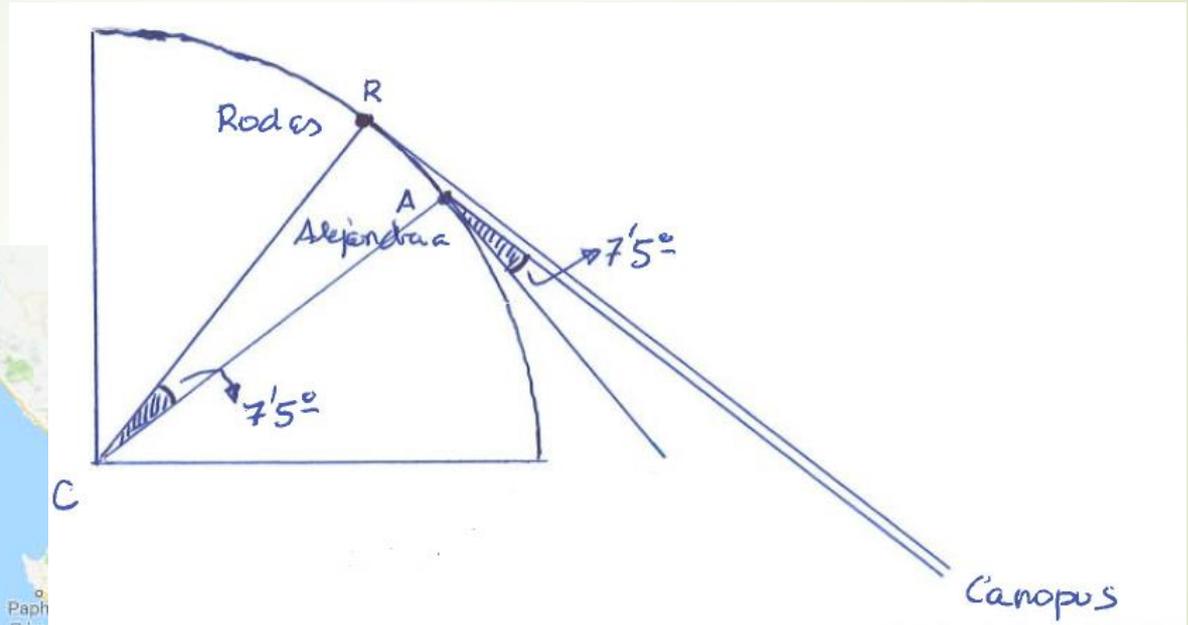
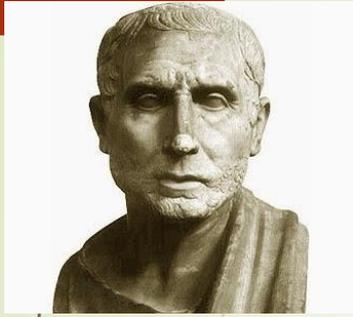
Eratóstenes (Cirene, 276 a.C. – Alejandría, 194 a.C)



- Distancia = 5.000 estadios
- Circunferencia =  $5.000 \times 360 / 7,2 = 250.000$  estadios
- $250.000 \times 158 \text{ m} = 39.500 \text{ km}$
- Distancia real = 847 km
- Circunferencia =  $847 \times 360 / 7,2 = 42350 \text{ km}$

# El tamaño de la Tierra en la Antigüedad

Posidonio (Apamea, Siria, c 135 a.C – c 51 a.C)



Distancia = 3750 estadios (Estrabón)

Circunferencia =  $3750 \times 360 / 7,5 = 180.000$  estadios

$180.000 \times 158 = 28.440$  km

Distancia real = 595,76 km

Circunferencia =  $595,76 \times 360 / 7,5 = 28.596,48$  km

# El tamaño de la Tierra en el siglo XVII



Jean Picard, astrónomo y sacerdote francés (1620-1682)

Longitud de 1° de meridiano entre Amiens y París =  
57.060 toesas

La medición se hizo entre 1669 y 1670 con una triangulación de 13 triángulos.

1 toesa = 1,9488 metros

1 toesa = 6 pies (1 pie = 32,48 cm)

1 pie = 12 pulgadas (1 pulgada = 2,71 cm)

1 pulgada = 12 líneas (1 línea = 2,25 mm)

Circunferencia de la Tierra según Picard =

$57.060 \times 360 \times 1,9488 = 40.031,47 \text{ km}$



## La figura de la Tierra



Isaac Newton  
(1643 – 1727)

La Tierra fue esférica hasta 1689, cuando I. Newton en las Proposiciones XVIII, XIX y XX del Libro III de *Principios Matemáticos de Filosofía Natural* demostró que, considerando nuestro planeta como una masa de fluido en rotación, estaba achatada por los polos en una cantidad difícil de determinar empíricamente.



# La longitud del péndulo y la forma de la Tierra



Jean Richer  
(1630 – París, 1696)

Expedición a Cayenne  
(Guayana Francesa) en  
1672-1673



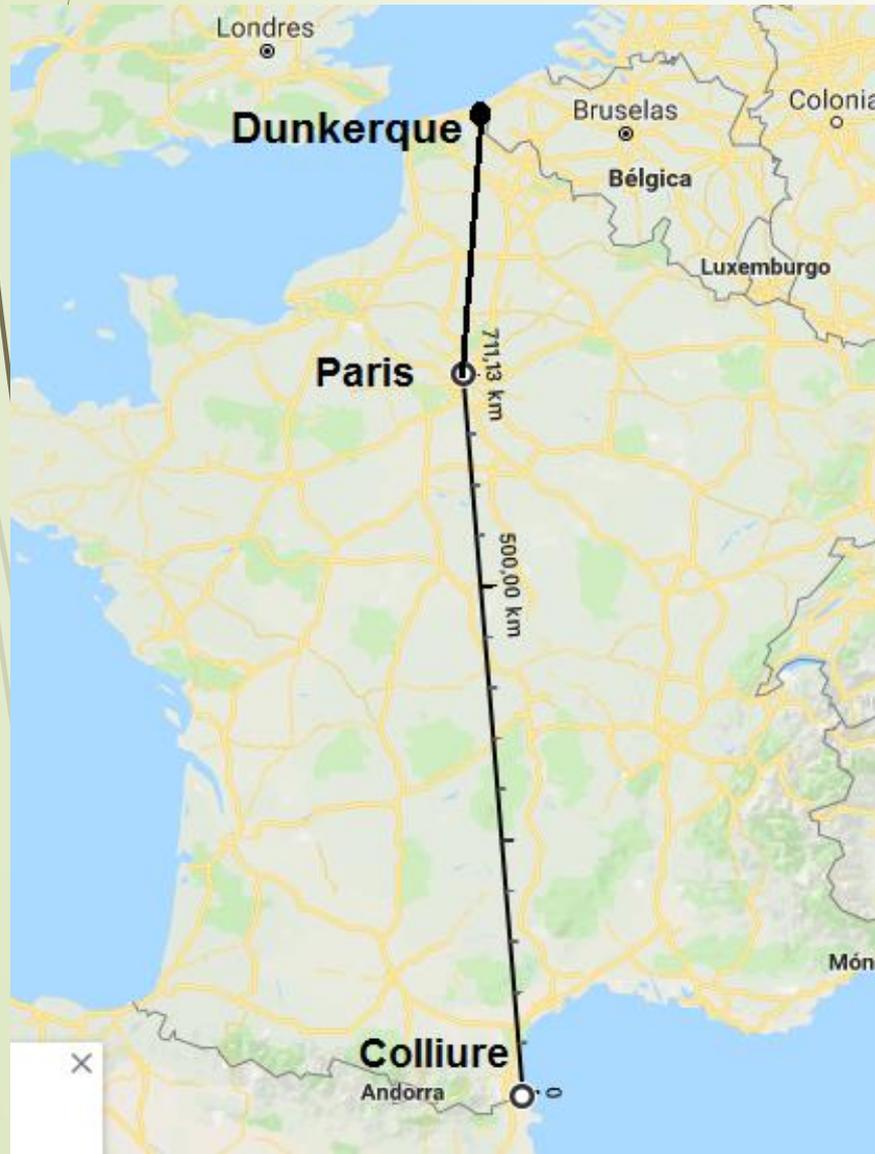
El reloj de péndulo traído de París atrasaba cada día 2' 28''

Christiaan Huygens (La Haya, 1629 – 1695)  
Horologium Oscillatorium (1673)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Conclusión de J. Richer: la distancia de Cayenne (5° N) al centro de la Tierra deber ser mayor que la distancia del centro de la Tierra a París (48,86° N)

# La medida de un grado de meridiano según los Cassini



1669-1670: Jean Picard:  
Longitud de  $1^\circ$ : 57.060 toesas

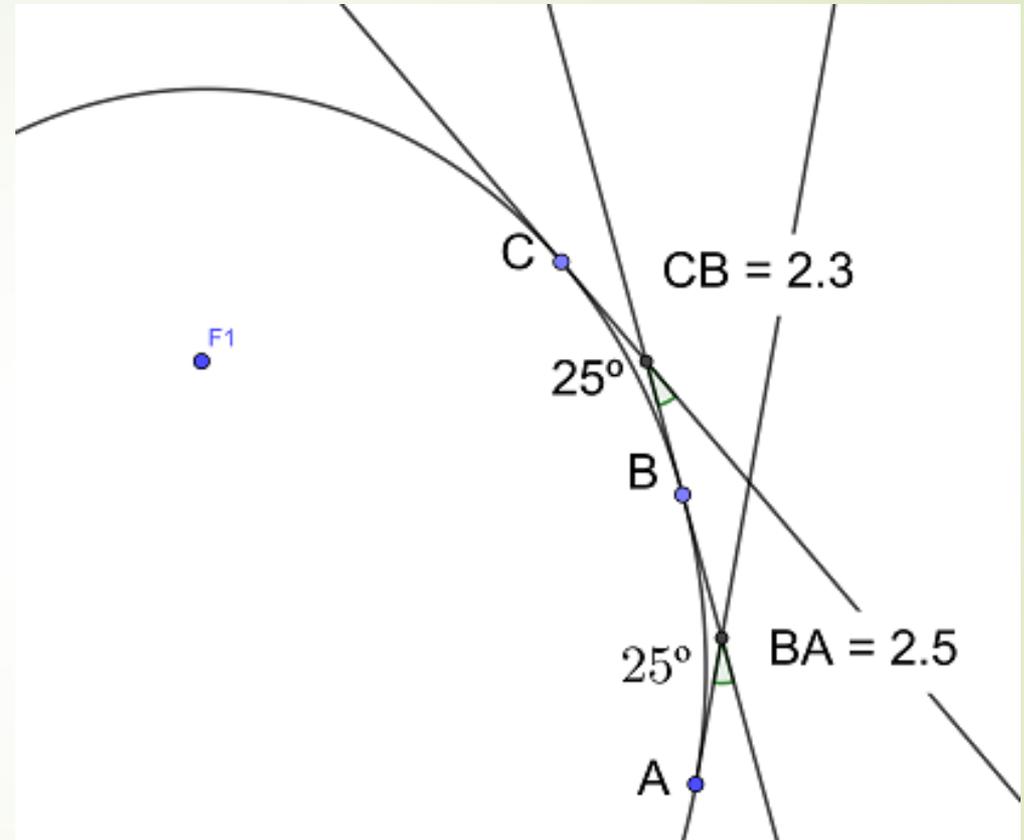
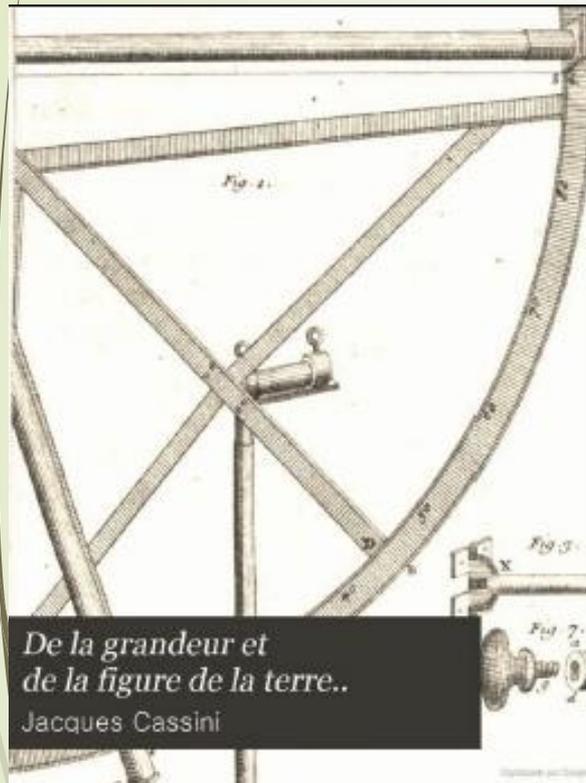
1700-1701: Giovanni Domenico Cassini dirige la medición de un arco de meridiano desde París a Colliure:

Longitud de  $1^\circ = 57.097$  toesas

1718: Jacques Cassini dirige la medición de un arco de meridiano desde París a Dunkerque:

Longitud de  $1^\circ$ : 56.960 toesas.

# Longitud de arcos iguales sobre una elipse



Jacques Cassini (1720): La figura en la que la longitud de los grados disminuyen hacia el norte es una elipse cuyo diámetro mayor representa el eje de la Tierra y el menor el del ecuador.

# La saga de los Cassini



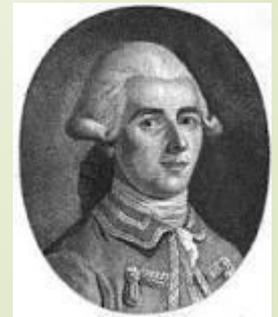
➔ Giovanni Domenico Cassini (Cassini I) (Perinaldo, Republica de Genova, 1625 – Paris, 1712). Director del Observatorio de París desde 1671 hasta 1712.

Jacques Cassini (Cassini II): (París, 1677 – Thury, 1756). Director del Observatorio de París desde 1712 hasta 1756. Midió la inclinación de los anillos de Saturno



César-François Cassini de Thury (Cassini III) Thury, 1714 – París 1784). Director del Observatorio de París desde 1756 hasta 1784. Inició las mediciones para hacer el primer mapa topográfico de Francia.

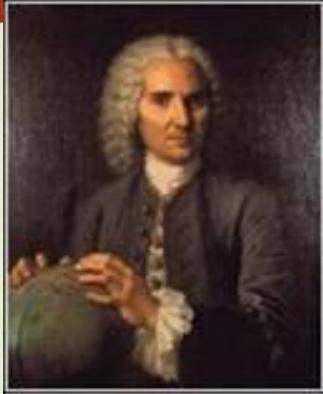
Jean-Dominique, conde de Cassini (Cassini IV) (París, 1748 – Thury, 1845). Director del Observatorio de París desde 1784 hasta 1794. Terminó el primer mapa topográfico de Francia iniciado por su padre.



## La propuesta de la Academia de Ciencias

En 1734, Luis XV, instó a *“que se determine del modo más plausible, esta célebre cuestión, enviando a sus expensas dos tropas de los miembros más ilustres de su sabio cuerpo, una al Norte, para medir un grado, lo más cercano posible al polo, y otra a la América, para medir otro, lo más cercano que pudiere ser al ecuador. [.....] Componiendo dos grados, lo más distantes entre sí, que fuese posible, sería la diferencia de ellos tan considerable, que no pudiese ocultarse a los observadores si la Tierra es longa o lata”* (Observaciones Astronómicas, J. Juan y A. de Ulloa (1748))

# Miembros de la misión geodésica a la América



Louis Godin  
(1704 – 1760)



Charles Marie de La  
Condamine (1701 – 1774)



Pierre Bouguer  
(1698 – 1758)



Jorge Juan y Santacilia  
(1713 – 1773)



Antonio de Ulloa y  
de la Torre Guiral  
(1716 – 1795)

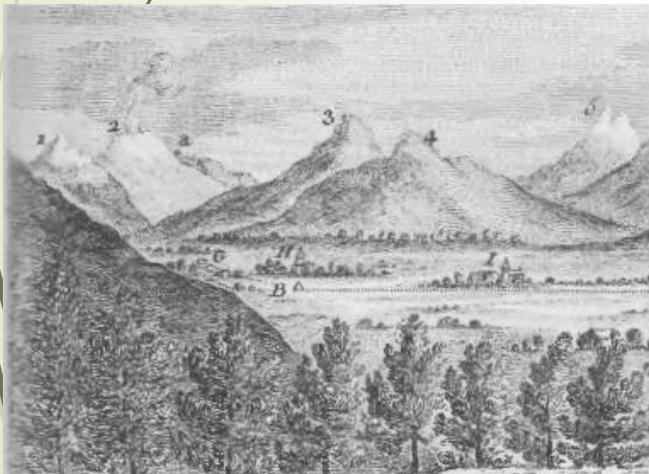
# El viaje de ida (mayo 1735 – junio 1736)



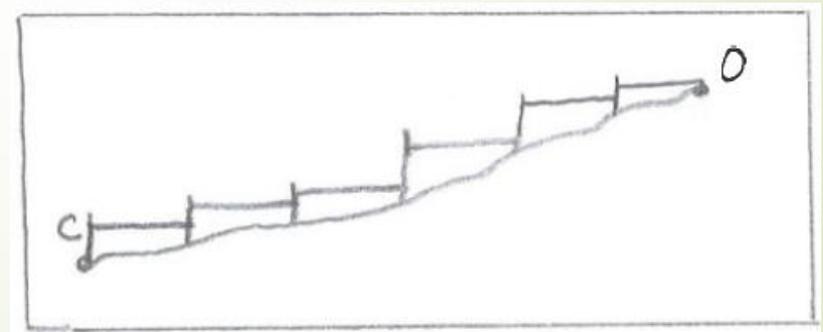
# La medida de la base fundamental (octubre – noviembre 1736)



La pirámide de Oyambaro (reconstruida)

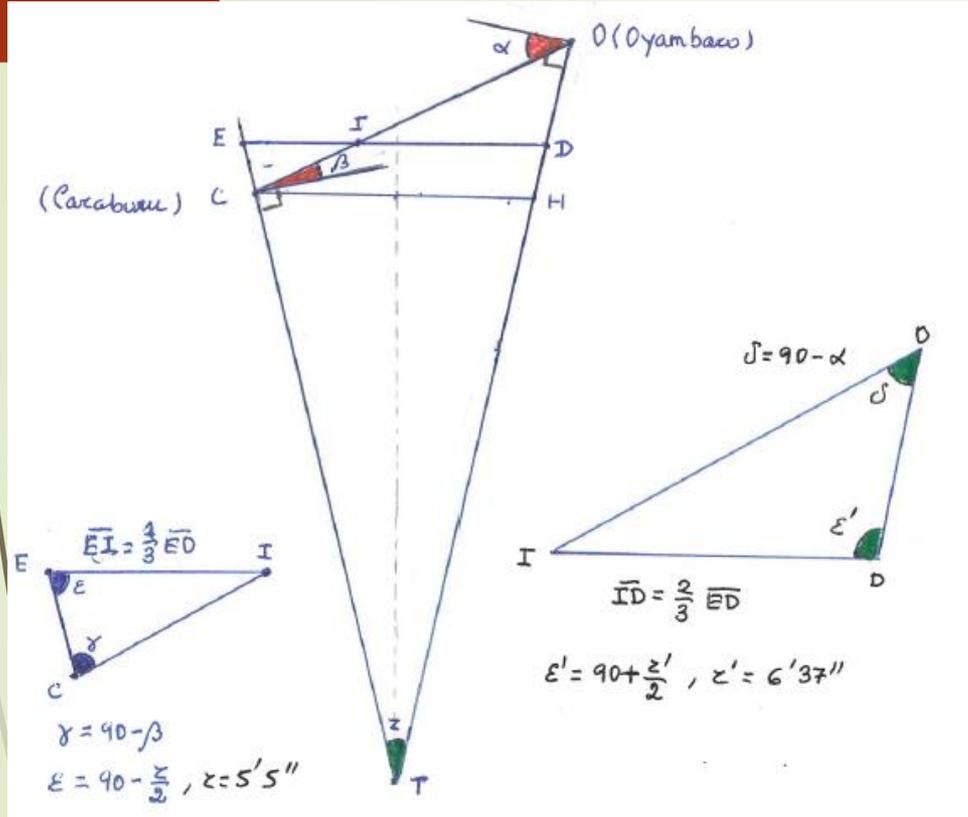


El valle de Yaruqui (La Condamine)



6272t 4p 3,5p

# La medida de la base fundamental (octubre – noviembre 1736)



$$ED = 6272t \ 4p \ 3,5p$$

$$CI = 2091t \ 1p \ 9p \ 3l$$

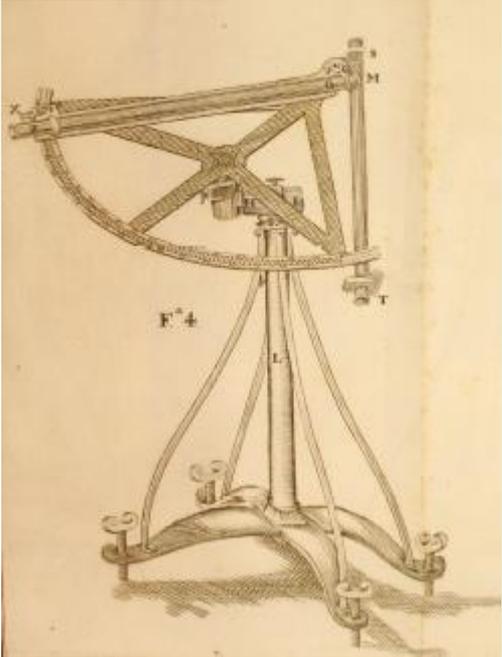
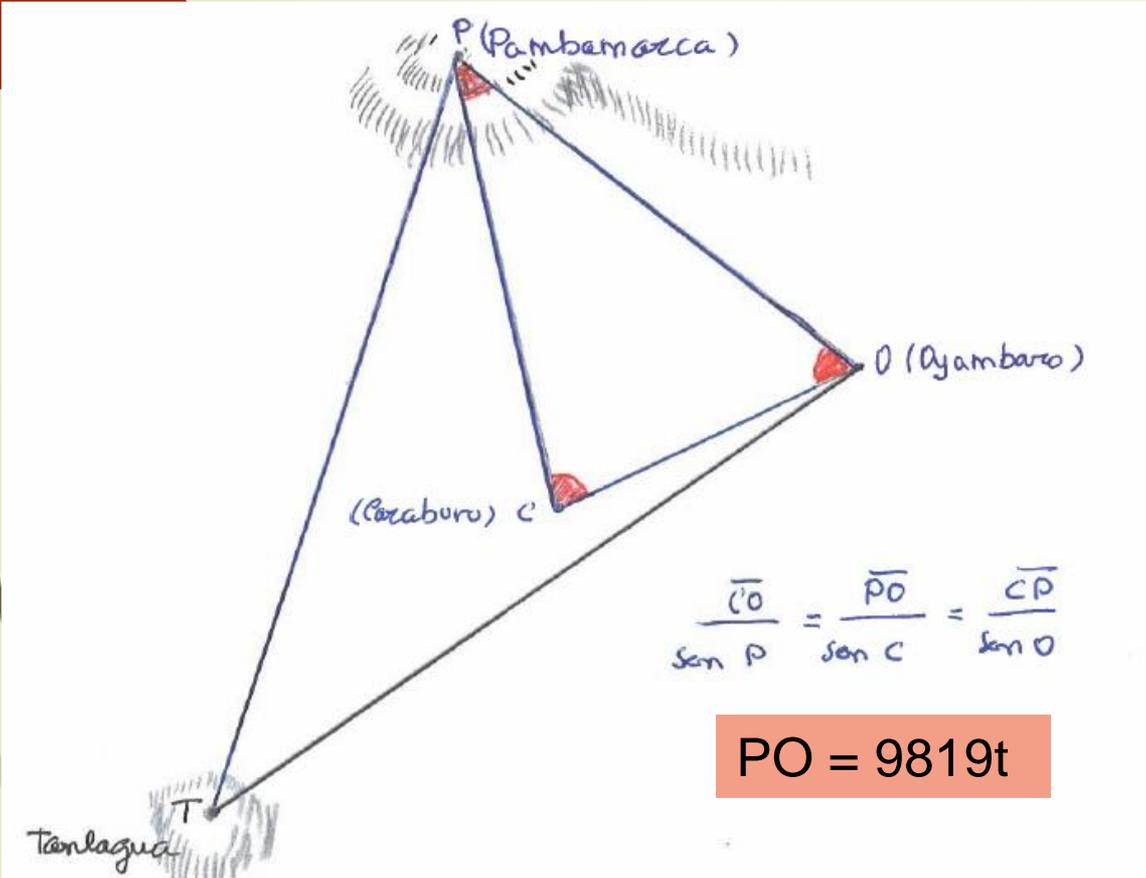
$$IO = 4182t \ 4p \ 4p \ 10l$$

$$CO = 6274t \ 0p \ 2p \ 1l$$

$$CO = 6274t \ 0p \ 6p$$

Corrección de Godin y Juan  
el 24 de agosto de 1737.

# El primer triángulo



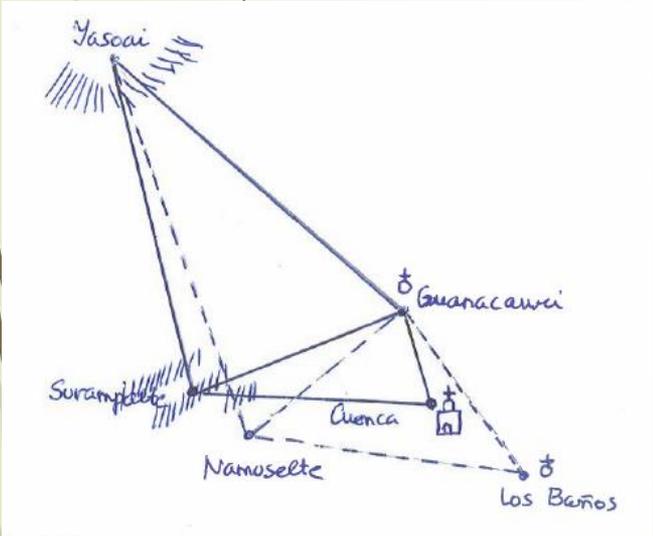
Cuadrante para medir ángulos  
(J. Juan y A. de Ulloa)

Señales	Angulos observados	Angulos corregidos.
A Oyambaro	63° 47' 40"	63° 47' 42"
B Caraburu	77 35 30 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	77 35 32
C Pambamarca	38 36 44	38 36 46
	Suma - 179 59 54 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	180 00 00

# Una cadena de 33 triángulos (1736-1740)



CARTA: Dela Meridiana medida en el Reyno de Quito de Orden del Rey Nuestro Señor, para el conocimiento del valor de los Grados Terrestres, y Figura dela Tierra, por Don Jorge Juan y D<sup>n</sup> Antonio de Ulloa: concluida año de 1744.



Nueva base de L. Godin y J. Juan  
(Guanacauri-Los Baños): 6197t 3p 8p

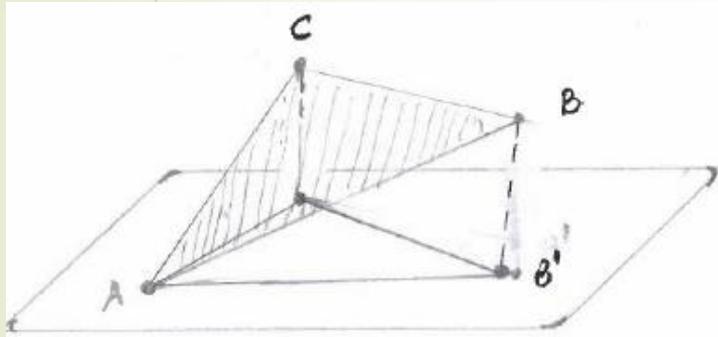
Distancia Guanacauri-Los Baños calculada  
con una serie de 29 triángulos: 6196 t 3p 7p

Diferencia: 1t 0p 1p

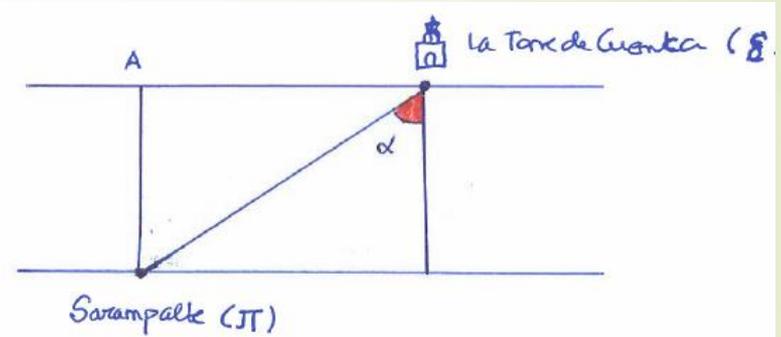
Últimos triángulos medidos por L. Godin y  
J. Juan cerca de Cuenca (julio 1939)

# Longitud del Meridiano entre los paralelos de Cuenca y Pueblo Viejo a nivel del Mar

1. Reducción de la longitud de los lados de los triángulos a la altura del punto de observación más bajo. Suponen, de nuevo, que la Tierra es esférica.



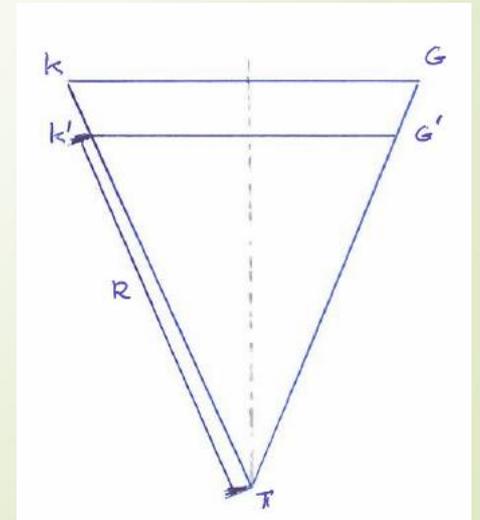
2. Calcular la distancia entre los paralelos de cada dos señales contiguas de los lados occidentales de la cadena, al nivel de la señal más baja.



3. Reducir todas las longitudes horizontales halladas al nivel del Mar

Teorema de Tales:

$$\frac{TK}{TK'} = \frac{KG}{K'G'} \implies K'G' = KG \frac{R}{R + KK'}$$



# Longitud del Meridiano entre los paralelos de Cuenca y Pueblo Viejo a nivel del Mar

HECHAS DE ORDEN DE S.M.

213

De este calculo se deduce la tabla , que se sigue.

Tabla de las distancias entre los paralelos de las Señales Occidentales de la Série de triangulos reducidas al Nivel del Mar.

Entre los de Pueblo viejo, y Cuicòcha(Ψ)	11939.543 toefas
Cuicòcha(Ψ) y Campanario(ζ)	21311.361
Campanario(ζ) y Guápulo(E)	8646.056
Guápulo(E) y el Corazón(G)	19263.033
el Corazón(G) y Milin(K)	18843.543
Milin(K) y Chulápu(N)	16363.909
Chulápu(N) y Chichichòco(P)	13119.843
Chichichòco(P) y Guayàma(R)	6452.203
Guayàma(R) y Sifa-Pòngo(T)	12134.901
Sifa-Pòngo(T) y Lanlang.(U)	13132.451
Lanlangùso(U) y Chufai(Y)	12513.288
Chufai(Y) y Sinafaguán(α)	13314.369
Sinafaguán(α) y Bueràn(γ)	11656.587
Bueràn(γ) y Surampálte(π)	7184.656
Suramp.(π) y el Obser.de Cuenca	9849.659
Suma	195725.397

Esta suma es la distancia entre los paralelos de los dos Observatorios de Pueblo viejo , y Cuenca ; ò la longitud del arco de Meridiano terrestre comprendido entre dichos Observatorios.

## OBSERVACIONES

ASTRONOMICAS, Y PHISICAS

HECHAS

DE ORDEN DE S. MAG.

EN

## LOS REYNOS DEL PERÙ

Por D. JORGE JUAN Comendador de Atlaya en el Orden de S. Juan, Socio Correfpondiente de la R. Academia de las Ciencias de Paris, y D. ANTONIO DE ULLOA, de la R. Sociedad de Londres, ambos Capitanes de Fragata de la R. Armada,

DE LAS QUALES SE DEDUCE

LA FIGURA, Y MAGNITUD

## DE LA TIERRA,

Y SE APLICA

A LA NAVEGACION.



IMPRESSO DE ORDEN DEL REY NUESTRO SEÑOR

EN MADRID

Por JUAN DE ZUÑIGA, Año M.D.CC.XLVIII.

L. Godin y J. Juan: 195.725,397t

La Condamine, Bouguer y Ulloa: 195.743,697t

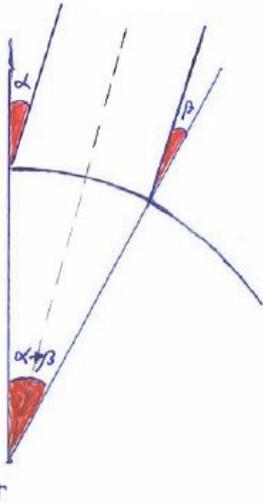
Media = 195.734,547t = 381,45 km

# Longitud del Arco medido entre los paralelos de Cuenca y Pueblo Viejo



Ptolomeo  
(siglo II d.C.)

Estrella



Media de las observaciones de Juan y Ulloa:  $3^{\circ} 26' 34'' 46,625''$

## Correcciones

1. Corrección debido a la refracción atmosférica.
2. Corrección debida al tiempo transcurrido entre las observaciones en Cuenca (1740) y Pueblo Viejo (1744). *Hacen uso del cálculo diferencial, que llaman de Leibniz (1684).*
3. Corrección debido a la aberración de la luz: *fenómeno por el que un observador en movimiento ve una estrella en una dirección distinta a la que la vería si el observador estuviera en reposo.*

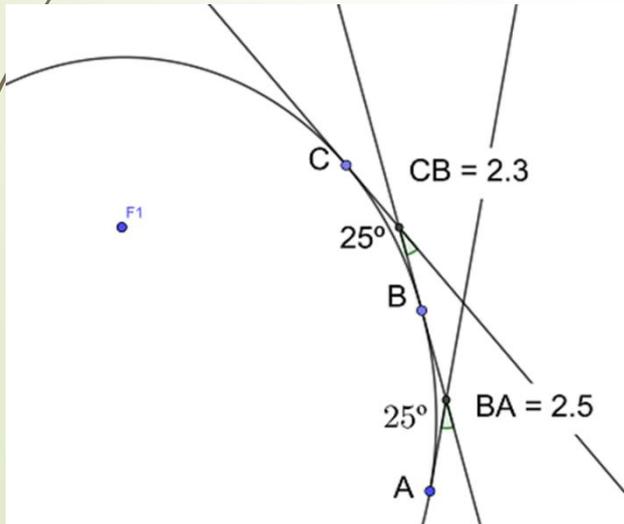
Después de hacer lo mismo con otro par de estrellas llegan a la medida siguiente:  $3^{\circ} 26' 52,75''$

# Longitud de 1° del meridiano

Jacques Cassini cerca del paralelo 45° N : 57.097 toesas

Jorge Juan y Antonio de Ulloa cerca del ecuador:

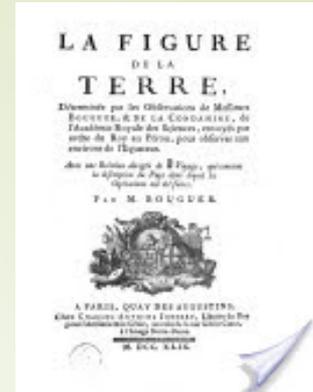
$$\frac{195,734,547 \text{ toesas}}{3,448^\circ} = 56,767,788 \text{ toesas}$$



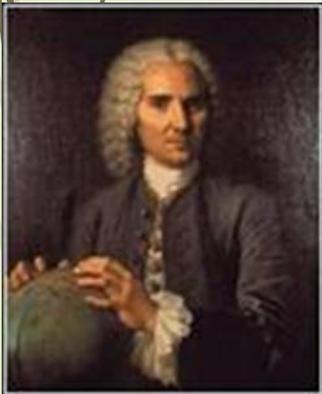
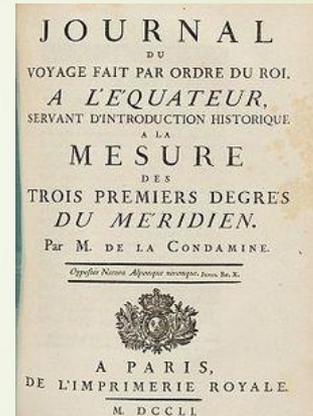
# Los viajes de regreso



P. Bourguer partió de Quito en febrero de 1743, en dirección a Cartagena. Llegó a Francia en junio de 1744. Publicó su cuaderno de notas en 1749.



C. M. de La Condamine partió de Quito en mayo de 1743, siguiendo el curso de varios ríos hasta llegar al Amazonas. Llegó a París en febrero de 1745, via Amsterdam. Su cuaderno de viajes fue publicado en 1751.



L. Godin fue profesor de matemáticas y astronomía en la Universidad de San Marcos de Lima desde 1741. Regresó a París desde Lima en 1751. Fue nombrado Director de la Escuela de Guardiamarinas de Cadiz, hasta su muerte en 1760.

## Los viajes de regreso

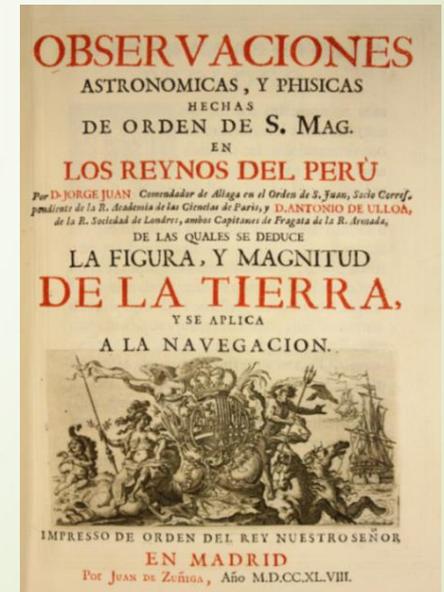


Desde octubre de 1740 hasta enero de 1744, J. Juan y A. de Ulloa están ocupados sirviendo en la armada española en las costas del pacífico. En febrero y marzo de 1744 hacen las últimas mediciones astronómicas en Pueblo Viejo



J. Juan inicia el viaje de regreso en octubre de 1744 bordeando la costa del Oceano Pacífico Sur .Llega a España en 1745.

A. de Ulloa inicia el regreso en octubre de 1744. En la travesía es apresado por los ingleses y retenido en Londres por 6 meses. Llega a España en julio de 1746.



## Bibliografía

**J. Juan y A. De Ulloa**, Observaciones astronómicas, Ed, Juan de Zúñiga, 1748.

**A. Lafuente y A. Mazuecos**, Los caballeros del punto fijo, CERBAL/CSIC, 1987.

**L. A. Sainz Montes**, Las matemáticas utilizadas por Jorge Juan, Editorial MAXTOR, 2002.