Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte).......................

EJERCICIOS

1) Hallar el resto obtenido al dividir $4^1 + 4^2 + 4^3 + \ldots + 4^{600} + 4^{601}$ por 7.

2) Demostrar que para todo $n \in \mathbb{Z}$, $n(n+1)(n+5)$ es múltiplo de 6.

3) Reducir a una sola congruencia lo más sencilla posible

$$x \equiv 2 \pmod{11}, \qquad x \equiv 1 \pmod{13}.$$

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte)........................

EJERCICIOS

1) Yo voy al cine cada 3 semanas y mi hermano cada 7. Yo fui la semana pasada y mi hermano irá la que viene. ¿Cuánto hace que fuimos juntos por última vez?

2) Sea $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(n) = \frac{n^3 + 6n^2 - 7n}{6}.$$

Probar que la imagen de f está contenida en $\mathbb{Z}$.

3) Sabiendo que

$$\frac{98}{333} = 0'294\,294\,294\,294\,294\,294\,294\,294\ldots$$

Hallar la cifra decimal que ocupa el lugar 8^{100}.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte)........................

EJERCICIOS

1) Si a y b son coprimos, $a > b$, estudiar qué valores puede tomar $\operatorname{mcd}(a+b, a-b)$.

2) En $\mathbb{R}^2$ se considera la relación

$$(x, y)\ \mathcal{R}\ (x', y') \iff y = 2x - 2x' + y'.$$

a) Demostrar que es de equivalencia.

b) Hallar el conjunto cociente.

3) Demostrar que $\mathbb{R} \setminus \{1 + n\sqrt{2} : n \in \mathbb{Z}\}$ no es numerable.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte).......................

EJERCICIOS

1) Sea la sucesión de Fibonacci

$$a_0 = 0,\ a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_3 = 2,\ a_4 = 3,\ a_5 = 5,\ a_6 = 8,\ a_7 = 13,\ a_8 = 21,\ a_9 = 34, \ldots$$

en la que cada término es la suma de los dos anteriores. Conjeturar una fórmula para $1 + a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ y probarla.

2) En $\mathbb{Z}$ se considera la relación

$$n\,\mathcal{R}\,m \ \Leftrightarrow\ 7n - m \text{ es múltiplo de } 3.$$

a) Demostrar que es de equivalencia.

b) Hallar el conjunto cociente.

3) Hallar todas las soluciones enteras de $5x + 18y = 2$.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos . . . .

. . . . D.N.I. (o pasaporte)........................

EJERCICIOS

1) Razonar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

i) Para cualquier par de conjuntos A y B, se cumple

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = A \cup B.$$

ii) Para toda función inyectiva $f : C \longrightarrow D$ y cualquier subconjunto $A \subset C$, se cumple $f(A^c) \subset \big(f(A)\big)^c$.

2) Estudiar si la función $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definida como $f(x, y) = 7x - 13y$ es inyectiva, suprayectiva o biyectiva.

3) Considérese el orden definido por la inclusión "$\subset$" en $P(A) \cup P(B)$ con $A = \{1, b, 3\}$ y $B = \{a, 3\}$. Hallar razonadamente los elementos maximales, minimales, máximos y mínimos (si existen).

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte)........................

EJERCICIOS

1) Dadas $f : A \longrightarrow B$ y $g : B \longrightarrow C$, demostrar que

$$i)\ g \circ f \text{ sobreyectiva } \Rightarrow g \text{ sobreyectiva.}$$

$$ii)\ f \text{ y } g \text{ inyectivas } \Rightarrow g \circ f \text{ inyectiva.}$$

2) Razonar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

i) Cualquiera que sean los conjuntos X, Y, U, V, se cumple

$$(X \times Y) \cap \big((X \times Y) \cup (U \times V)\big) = X \times Y.$$

ii) Se tiene la inclusión

$$P\big(P(\{1\} \cup \emptyset)\big) \supset P\big(P(\{1\} \cup \{\emptyset\})\big).$$

3) Sea la relación en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ dada por $(n_1, m_1)\mathcal{R}(n_2, m_2) \Leftrightarrow f(n_1, m_1) \leq f(n_2, m_2)$ donde $f(x, y) = 2^x 3^y$. Estudiar si es relación de orden y en caso afirmativo hallar el ínfimo y el supremo, si existen, del subconjunto de pares $(n, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ con $n + m = 100$.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte)........................

EJERCICIOS

1) Demostrar que para todo número natural $n > 0$ se cumple

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \ldots + n \cdot 2^n = 2 + (n-1)2^{n+1}.$$

2) Explicar si la siguiente afirmación es cierta y negarla sin usar el símbolo $\neg$

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}\ \big(n > 3 \Rightarrow (n+7)^2 > 49 + m\big)$$

3) Demostrar que si un número natural mayor que cero es una cuarta potencia entonces su consecutivo no lo es.

Inicial del primer apellido $\square$

Nombre y Apellidos ....

.... D.N.I. (o pasaporte)........................

EJERCICIOS

1) Explicar si la siguiente afirmación es cierta y negarla sin usar el símbolo $\neg$

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}\ \left(n^2 > 4n \Rightarrow 2^n > 2^m + 10\right)$$

2) Demostrar que $2^{4n} - 1$ es un múltiplo de tres para todo número natural n.

3) Demostrar que no existen dos números naturales n y m tales que

$$1 + 3^{n+2} - 5m3^{m+1} = 0.$$