

## 1. El choque de primero

Hay que demostrar todo, incluso lo obvio. Me escriben de una forma muy rara que al ir de un sitio a otro se pasa por en medio:

**Teorema 1.1.** Si  $f : I = [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  es continua, entonces  $f(I) \supset [m, M]$  donde  $m = \min(f(a), f(b))$  y  $M = \max(f(a), f(b))$ .

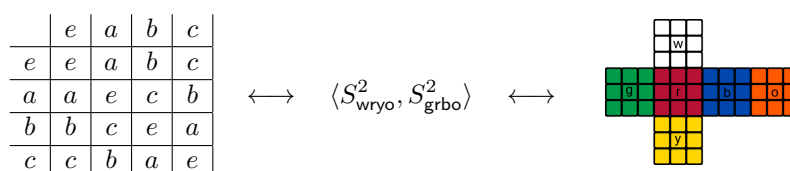
Creía saber qué era una función continua hasta que me dijeron que cumplía

$$(1.1) \quad \forall \epsilon > 0, \quad \exists \delta > 0 \quad \text{tal que} \quad |x - x_0| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - f(x_0)| < \epsilon.$$

Unos antiguos tomos [1] se han vuelto mi lectura de cabecera.

## 2. Segundo, el curso más difícil

Hay toda una asignatura, *Estructuras Algebraicas*, dedicada a las simetrías en abstracto. El grupo  $G = C_2 \times C_2$  representa el conjunto de posiciones generado al permitir girar  $180^\circ$  dos secciones centrales del *cubo de Rubik*:



Es increíble su versatilidad. Ahora sé probar el resultado  $p \mid a^p - a$ , de *Conjuntos y Números*, apelando al grupo  $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^* \cong C_{p-1}$ .

## 3. Tercero y sus optativas

Todo se enrarece y a la vez se sintetiza. Por ejemplo, en topología la definición de continuidad (1.1) se escribe como  $f^{-1}(U) \in \mathfrak{Top}$  para todo  $U \in \mathfrak{Top}$  y sirve para cualquier espacio que a uno se le pueda ocurrir. La variable compleja es fascinante. Mi resultado favorito es:

**Teorema 3.1.** Sea  $D = \bar{B}(z_0, r)$  y  $f : U \supset D \rightarrow \mathbb{C}$  holomorfa, entonces

$$f(a) = \int_{\partial D} \frac{f(z)}{z - a} dz \quad \text{para todo} \quad a \in \text{Int}(D).$$

**Corolario 3.2.** Una función holomorfa en un abierto, es infinitamente derivable en dicho abierto.

## 4. Cuarto, deseando acabar

Mi preocupación principal es terminar el TFG. Espero que L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X me ayude. Sería magnífico que existieran los comandos `\readmymind` y `\provethis`.

## Referencias

[1] M. SPIVAK. *Calculus Vol. I, II*. Editorial Reverté, Barcelona, 1984.