Dos matemáticos. El matemático húngaro Pál Erdős, fallecido en el año 1996, contaba entre sus excentricidades ser un "nómada" sin residencia fija que viajaba continuamente alojándose en casa de sus colegas. Ofrecía cantidades entre los 25$ y los 10000$ por la resolución de algunos problemas. Según parece, más del 75 % siguen abiertos. Una conjetura de Erdős que se acaba de probar es que para $\mathcal{A} \subset \mathbb{Z}_{\geq 2}$ cumpliendo que ninguno de sus elementos divida a otro

$$\max_{\mathcal{A}} \sum_{n\in\mathcal{A}} \frac{1}{n\log n} = \sum_{n\in\mathcal{P}} \frac{1}{n\log n} \qquad \text{con} \quad \mathcal{P} = \{\text{números primos}\}.$$

Es muy difícil saber qué elementos de $\mathcal{P}$ son capturados por polinomios. Un matemático del este de Żuławy probó en 1978 que

$$\#\big\{n \in \mathbb{N} \,:\, n^2+1 \in \mathcal{P} \cup \mathcal{P}\cdot\mathcal{P}\big\} = \infty$$

donde $\mathcal{P}\cdot\mathcal{P}$ es el conjunto de todos los productos de dos primos. Por supuesto, aquí $\#$ no es un *hashtag* (si lo fuera, escribiríamos `#`). El caso de varias variables se entiende mejor y tiene ramificaciones fascinantes como las explicadas en el libro:

David A. Cox. *Primes of the form x^2+ny^2. Fermat, class field theory and complex multiplication.* John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.

Y dos electrones. Aunque suene a broma, un giro de 360° de un electrón aislado no es físicamente detectable y <u>sí lo es</u> cuando se permite que interactúe con otro no girado. Además, los giros de 720° son siempre la identidad. Un fanático de la notación enrevesada podría escribir esta paradoja con las ecuaciones simbólicas:

$$e = \circlearrowright e, \qquad e\,e \neq e \circlearrowright e \qquad \text{y} \qquad e\,e = e \circlearrowright\circlearrowright e.$$

El experimento se ha realizado con neutrones, girándolos mediante un campo magnético B gracias a la ecuación

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-i\widehat{\mathbf{H}}t/\hbar}|\Psi(0)\rangle \qquad \text{con} \quad \widehat{\mathbf{H}} = -\frac{\hbar}{2}\gamma B \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

En el experimento la periodicidad en el ángulo resultó ser 4π en lugar de 2π.

La explicación matemática es algebraica y topológica y tiene que ver con grupos de Lie (llamados así por el matemático de los alrededores de Stårheim y Kjølsdalen), concretamente con que

$$\mathfrak{so}(3) \cong \mathfrak{su}(2) \qquad \text{y, sin embargo,} \qquad \mathrm{SO}(3) \ncong \mathrm{SU}(2).$$

Lo segundo es consecuencia de que SU(2) es simplemente conexo mientras que se tiene $\pi_1\big(\mathrm{SO}(3)\big) \cong \mathbb{Z}_2$. Aunque suene muy complicado, esto último tiene demostraciones prácticas caseras, con nombres tan sugestivos como *cinturón de Dirac* o *truco de la copa balinesa*. ¡Búscalo en *internet* si te intriga! Hay un artículo sobre ello para estudiantes en `arxiv.org/pdf/1001.1778.pdf`.