Variable Compleja I (16449), **2019-2020** (Segundo Cuatrimestre)

Tercer curso de Grado en Matemáticas y Cuarto de Doble Grado Matemáticas - Ing. Informática

Convocatoria del Examen Final Extraordinario

Fecha y hora: Tal y como ya se anunció con antelación, debido al estado de alarma, la nueva fecha del examen es el 18 de junio de 2020. Hora de inicio: 11:00. Hora de fin: 13:05 (con 5' añadidos para facilitar la subida de ficheros).

Contenidos: El examen cubrirá todo el temario de la asignatura, desde las operaciones con los números complejos hasta el lema de Schwarz y los automorfismos del disco (cubriendo el contenido de las 9 hojas de problemas).

Compromiso de honestidad. Estará permitido utilizar todos los materiales del curso, libros y calculadoras. Cada estudiante se compromete a que las respuestas a las preguntas del examen son fruto de su propio trabajo y que la elaboración de las mismas la ha realizado sin ponerse en contacto con otras personas.

Forma de realizar el examen: El examen será común a ambos grupos (con posibles modelos diferentes), al igual que los anteriores, y se realizará a través de la plataforma Moodle como tarea. En un principio, el acceso sólo estará permitido a aquellos estudiantes que aún tienen esta asignatura pendiente.

Entrega del examen. Los problemas de desarrollo deben resolverse en papel, escritos a mano. No es necesario adjuntar los enunciados pero es fundamental indicar si se trata del ejercicio A, B o C. La no indicación del problema podría tener como consecuencia que éste no puntúe. Deben entregarse las soluciones subiendo a Moodle un fichero escaneado o fotografiado con las soluciones.

Para las preguntas de tipo test, habrá dos opciones de entrega.

- 1) Pueden marcarse las respuestas (en letra clara) en la tabla prevista para ello en la portada del examen, que en este caso se debe rellenar y firmar y subir a Moodle como fichero escaneado o fotografiado.
- 2) Como opción alternativa, también se habilitará un recuadro en la tarea en Moodle donde se podrán marcar las respuestas a las preguntas de tipo test directamente y en el siguiente formato (a modo de ejemplo): 1. e, 2. b, 3. c, etc. Si se usa esta opción, no será necesario adjuntar la portada del examen pero entonces se debe indicar el nombre y firmar en, al menos, una hoja con las soluciones de ejercicios de desarrollo.

Es fundamental prestar atención a la hora de cierre de la tarea para poder realizar la entrega a tiempo. No obstante, no será necesario pulsar el botón de envío. El sistema guardará todas las respuestas escritas en el recuadro previsto para ello y todos los ficheros que se suban antes del fin del tiempo previsto para la tarea. Se recomienda a los alumnos que, antes del examen, comprueben que pueden crear ficheros y/o transferir-los de su cámara/escáner al ordenador.

Tipo de preguntas y puntuación: Habrá 14 preguntas de tipo test, cada una con 5 opciones, y tres problemas de desarrollo, ninguno muy largo. La puntuación máxima posible será de 10 puntos, el 70 % correspondientes a la parte de tipo test (0,5 por cada pregunta, con penalización de 0,1 por respuesta incorrecta o múltiple y sin penalización por respuesta en blanco) y el 30 % a las preguntas de desarrollo (hasta 1 punto por problema).

Preguntas modelo: problemas de desarrollo.

A. Sea f una función holomorfa en el disco unidad $\mathbb D$ tal que f'(z)=0 para todo $z\in \mathbb D\cap \mathbb R$. ¿Es f necesariamente constante? Se pide razonar la respuesta, dando bien una demostración rigurosa y detallada, bien un contraejemplo.

B. Sea f una función entera que satisface la desigualdad

$$|(z-2)f(z)| \le |z+1|^{3/2}$$

para todo $z \in \mathbb{C}$. Demuestre que $f \equiv 0$.

C. Sea Ω un dominio acotado en $\mathbb C$ y sean f y g dos funciones holomorfas en Ω y continuas en $\overline{\Omega}$ tales que Re f = Re g en $\partial\Omega$. Demuestre que f = g + $i\alpha$ con $\alpha \in \mathbb R$.

Preguntas de tipo test: Serán muy parecidas a las de los parciales segundo y tercero. He aquí algunos ejemplos adicionales.

- 1. Sean z y w dos números complejos. Sabiendo que |z| = |w| = 1, se sigue que $|z + w|^2 + |z w|^2 = (a)$ 0; (b) 1; (c) 2; (d) $2\sqrt{2}$; (e) 4.
- **2**. La conjugada armónica de la función u(x, y) = y en el plano es la siguiente:

(a) v(x, y) = y, (b) v(x, y) = -x, (c) v(x, y) = x, (d) v(x, y) = xy, (e) otra

3. Denotando por C^- a la circunferencia $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ con orientación negativa (la del sentido de las manillas del reloj), el valor de la integral

$$\int_{C^{-}} \frac{z^2}{\operatorname{sen} z} dz$$

es igual a:

- (a) 0, (b) $2\pi i$, (c) $-2\pi i$, (d) $4\pi i$, (e) $-4\pi i$.
- 4. La singularidad de la función

$$f(z) = \frac{\cos z - 1}{\sin^3 z}$$

en z = 0 es:

(a) esencial, (b) evitable, (c) un polo simple, (d) un polo doble, (e) no es aislada.