Variable Compleja I, CURSO 2018-19, Universidad Autónoma de Madrid

(4º de Doble Grado en Ing. Informática y Matemáticas)

ENTREGA 6 DE PROBLEMAS

Funciones trigonométricas e hiperbólicas

33) **a)** Demuestre que $\cos(z+w) = \cos z \cos w - \operatorname{sen} z \operatorname{sen} w$, para todo $z \in \mathbb{C}$. Deduzca que, en particular, $\cos(2z) = \cos^2 z - \operatorname{sen}^2 z = 1 - 2\operatorname{sen}^2 z$.

b) Calcule las partes real e imaginaria de $\cos(x + yi)$, donde $x, y \in \mathbb{R}$.

34) Demuestre que para todo $z = x + yi \in \mathbb{C}$ se cumplen las siguientes identidades:

a) $\cosh^2 z - \operatorname{senh}^2 z = 1$, **b)** $|\cos z|^2 = \operatorname{senh}^2 y + \cos^2 x = \cosh^2 y - \operatorname{sen}^2 x$.

Funciones holomorfas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann

35) ¿Dónde son holomorfas las siguientes funciones? ¿Cuál es su derivada?

a) $e^{z+1/z}$, **b)** $\dfrac{1}{(z-1)(z^2+4)}$, **c)** $\operatorname{sen}(e^z)$.

36) ¿En qué puntos del plano son derivables las siguientes funciones?

a) $f(x,y) = x^2 - y^2 + ixy$; **b)** $f(z) = e^x \cos y - ie^x \operatorname{sen} y$; **c)** $\cos \overline{z}$.

37) Sea Ω un conjunto abierto en $\mathbb{C}$ y g una función holomorfa en Ω. ¿Dónde son holomorfas las siguientes funciones? Razone la respuesta (sugerencia: basta usar la definición de la derivada).

a) $f(z) = g(\overline{z})$; **b)** $f(z) = \overline{g(\overline{z})}$; **c)** $f(z) = |g(z)|$.

38) Sea f una función holomorfa en un dominio $\Omega \subset \mathbb{C}$. Demuestre que si $|f|$ es constante en Ω, entonces f es constante.