

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL, MAYO DE 2016

Inicial del primer apellido:

APELLIDOS, NOMBRE _____

D.N.I./PASAPORTE _____ FIRMA _____

--	--	--	--	--

Se pide justificar todas las respuestas de manera clara y detallada, mostrando el trabajo y nombrando los teoremas y las fórmulas que se usen.

1. [2,5 puntos] Determine el número de ceros de la función $f(z) = 2z^8 - e^{z-1}$ en el disco unidad $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$.

2. [2,5 puntos] Determine todas las funciones f holomorfas en el disco unidad y tales que

$$f\left(\frac{1}{n+1}\right) = e^{-\frac{1}{n}}$$

para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. [2 **puntos**] Sea f una función entera (holomorfa en todo el plano) que cumple

$$\operatorname{Re} f(z) \leq 0 \quad \text{para todo } z \in \mathbb{C}.$$

Demuestre que f es constante.

4. [3 puntos] Consideremos la función

$$f(z) = z^5 \operatorname{sen}(1/z^2), \quad z \neq 0.$$

(a) Desarrolle la función f en serie de Laurent en $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

(b) Sea γ la circunferencia unidad con orientación antihoraria. Utilice el teorema de los residuos para calcular la integral

$$\int_{\gamma} f(z) dz.$$