

APELLIDOS, NOMBRE _____ INIC. APELLIDO _____

D.N.I. _____ GRUPO _____ FIRMA _____

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

1. [2, 5 puntos] Consideremos el espacio topológico $X = \mathbb{R}$ con la topología de Sorgenfrey. Representa gráficamente los siguientes conjuntos:

$$A = \mathbb{R} \times [0, 2], \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \geq 0\}$$

y decide si (en la topología producto de $X \times X$) son abiertos, cerrados, ambas cosas o ninguna, sin justificar la respuesta.

2. [2, 5 puntos] Razona si son homeomorfos los siguientes subconjuntos de $(\mathbb{R}^2, \mathcal{T}_{\text{usual}})$:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 4\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = 0\}.$$

3. [2, 5 **puntos**] Decide razonadamente si el conjunto $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ es compacto en \mathbb{R} con la topología cofinita.

4. [2, 5 **puntos**] Consideremos el espacio \mathbb{R}^2 con la topología usual y la aplicación $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida como sigue:

$$f(x, y) = \begin{cases} (x, y), & \text{si } x < 0, \\ (x, 0), & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

Decide razonadamente: 1) si f es una aplicación abierta, 2) si es continua.