



Cincuenta  
Aniversario

UAM Universidad Autónoma  
de Madrid

Asignatura ..... **Topología** ..... Grupo .....

Apellidos ..... Nombre .....

Ejercicio del día ..... **30 de octubre de 2017** .....

1.— (3 puntos) Da un ejemplo de un espacio topológico  $(X, \mathcal{T})$  en el que  $X$  es un conjunto infinito y existe un único  $x \in X$  para el que  $\{x\}$  sea cerrado.

2.— (3 puntos) Sea  $A = [0, 2) \subset \mathbb{R}$ . Halla  $\overset{\circ}{A}$ ,  $\bar{A}$ , y  $\partial A$  para

- (a) La topología cofinita de  $\mathbb{R}$  (un conjunto es abierto si es vacío o si su complementario es finito);  
 (b) La topología de Sorgenfrey de  $\mathbb{R}$  (la que tiene por base  $\mathcal{B} = \{[a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}, a < b\}$ ).

3.— (4 puntos) Demuestra la siguiente caracterización de los espacios de Hausdorff:

$$X \text{ es } T_2 \iff \forall x \in X, \quad \{x\} = \bigcap_{U \in \mathcal{V}(x)} \bar{U},$$

donde  $\mathcal{V}(x)$  es el conjunto de los entornos abiertos del punto  $x$ .