

Cálculo I (Grado en Ingeniería Informática) 2014-15
Segundo examen parcial, diciembre de 2014
(Turno de tarde)

PUNTUACIÓN DEL EXAMEN:

P. 1	P. 2	P. 3	P. 4	TOTAL

Inicial del primer apellido: _____

NOMBRE: _____

APELLIDOS: _____

D.N.I. O PASAPORTE: _____

FIRMA: _____

Notas y comentarios:

- Todos los problemas son de desarrollo. Justifique todas sus respuestas.
- Un par de derivadas útiles:

$$(\operatorname{tg} x)' = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\operatorname{arc} \operatorname{tg} x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$

- Teorema de Weierstrass: Supongamos que $-\infty < a < b < +\infty$ y que la función f es continua en $[a, b]$. Entonces f alcanza su máximo y su mínimo en $[a, b]$.
 - Teorema del valor intermedio de Bolzano: Sea $f(x)$ una función continua en $[a, b]$. Si $f(a)$ y $f(b)$ tienen distinto signo, entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.
 - Teorema de Rolle: Sea $f(x)$ una función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) . Si $f(a) = f(b)$, entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.
 - Teorema del valor medio de Lagrange: Sea $f(x)$ una función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) . Entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = (f(b) - f(a))/(b - a)$.
-

1. [2, 5 puntos] Determine razonadamente si la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\ln x}, & \text{si } x \geq e, \\ x^2 - ex + 1, & \text{si } x < e \end{cases}$$

es continua en el punto $x = e$.

2. [2, 5 puntos] Calcule razonadamente el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arc\,tg}(x^2)}{x^2}.$$

3. [2, 5 puntos] Consideremos la función

$$f(x) = \frac{x^3 - 4\sqrt{x} + 1}{x^4 + 3x + 1}.$$

Demuéstrese que la función f tiene, al menos, un cero en el intervalo $(0, 1)$.

4. [2, 5 puntos] Consideremos la función

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) e^{-x}.$$

Determine los puntos del intervalo $[-2, 2]$ donde la función f alcanza sus extremos absolutos. Calcule esos valores máximos y mínimos. (Conviene tener en cuenta que $2 < e < 3$.)