Hoja de repaso

1. Desarrolle las siguientes expresiones:

$$(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}})^2\,, \qquad (\sqrt{3} - 1)^3\,, \qquad (2x+1)^3\,, \qquad (n-2)^3$$

y calcule su valor exacto cuando sea posible.

2. Factorice completamente las siguientes expresiones:

$$x^4 - 1\,, \qquad x^3 - 27\,, \qquad x^6 - 64\,.$$

3. Simplifique las siguientes expresiones razionalizando el denominador:

$$\frac{1}{\sqrt{7}+2}\,, \qquad \frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}\,, \qquad \frac{1}{\sqrt[3]{n} - 1}\,.$$

4. Encuentre un cero entero (o racional) del polinomio dado y luego una factorización del mismo:

$$x^3 + x + 2\,, \qquad 2x^2 + 7x + 6\,, \qquad 3x^3 - x^2 + 3x - 1\,.$$

5. Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$x^2 - 6x + 4 = 0\,, \qquad t^4 + t^2 - 6 = 0\,, \qquad 3x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0\,.$$

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$\sqrt{x+2} = 3\,, \qquad \sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 2\,.$$

7. Lo mismo para las ecuaciones

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2\,, \qquad \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2\,.$$

¿Existe alguna diferencia entre sus soluciones?

8. Diga para qué valores de x se tiene que

- $\operatorname{sen} x = 0$;
- conteste la misma pregunta para $\cos x = -1$;

- idem para $\tan x = 1$.

9. Usando la identidad $\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1$, escriba $\operatorname{sen}^3 x \cos^2 x$ como suma de términos de la forma $\operatorname{sen} x \cos^n bx$, donde n, b son enteros (b puede variar de término a término).

10. Demuestre la identidad $1 + \tan^2 a = \sec^2 a$ y úsela para escribir $\sec^5 x$ como suma de términos de la forma $\sec x \tan^n bx$ donde n, b son enteros (b puede variar de término a término).

11. El coseno y el seno hiperbólico de un número x se definen como

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \qquad \operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Demuestre que

$$\cosh^2 x - \operatorname{senh}^2 x = 1.$$