

Hay que justificar todas las respuestas
--

Tiempo disponible: 90 minutos

APELLIDOS Y NOMBRE: _____ GRUPO: _____



1. (6 puntos) Hallar la descomposición en polinomios irreducibles de $X^6 - X^4 + X^2 - 1$ en $\mathbb{R}[X]$, $\mathbb{C}[X]$, $\mathbb{Q}[X]$ y $\mathbb{Z}_2[X]$.

Requisito: en la **respuesta final**, se pide expresar los números complejos que aparezcan en la forma $\mathbf{a+bi}$; es decir, indicando explícitamente su parte real y su parte imaginaria.

2. (4 puntos) Sean

$$P(X) = 2X^4 + 4X^3 + 2X^2 + 3X + 3 \quad \text{y} \quad Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4$$

dos polinomios en $\mathbb{Z}_5[X]$.

- (a) Hallar el máximo común divisor de $P(X)$ y $Q(X)$.
(b) Hallar una pareja de polinomios $U(X), V(X) \in \mathbb{Z}_5[X]$ que verifique la ecuación

$$P(X) \cdot U(X) + Q(X) \cdot V(X) = X^2 + 2X + 1.$$