

Hay que justificar todas las respuestas

Tiempo disponible: 3 horas

APELLIDOS Y NOMBRE: _____ GRUPO: _____

--	--	--	--	--	--

1. Demostrar que, dado un conjunto X , la aplicación $f: X \times X \rightarrow P(X)$ dada por $f((x, y)) = \{x, y\}$ no es suprayectiva. Demostrar que, si $\text{Card}(X) \geq 2$, tampoco es inyectiva.

2. Se define en el plano $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ la siguiente relación:

$$(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow (x - x' \in \mathbb{Z}) \wedge (\exists c \in \mathbb{Z} \mid y - y' + cx \in \mathbb{Z})$$

- (a) Demostrar que es una relación de equivalencia.
- (b) Describe la clase de equivalencia de $(\frac{1}{2}, 0)$.
- (c) Demostrar que el conjunto cociente tiene el cardinal del continuo.

3. Un camión transporta un cierto número de manzanas. Si vamos sacando manzanas de 20 en 20 nos quedan 16 manzanas en el camión y si sacamos de 27 en 27 nos quedan 15. ¿Cuál es el número más pequeño de manzanas que puede contener el camión sabiendo que al menos transporta 100 manzanas?

4. Calcular las partes real e imaginaria de

$$\left(\frac{1}{1-i}\right)^{2019} + \left(\frac{1}{1+i}\right)^{2019}.$$

5. Factorizar el polinomio

$$p(x) = x^4 + 16$$

como producto de irreducibles en $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{Z}_{17}[x]$.