

Conjuntos y Números

EXAMEN EXTRAORDINARIO

17 DE JUNIO DE 2019

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____ GRUPO: _____

Tiempo disponible: 3 horas

Hay que JUSTIFICAR TODAS las respuestas

--	--	--	--	--	--	--	--

- (1 punto) Demostrar que 5 divide a $6^n + 6^{n-1} - 2$ para todo $n \geq 1$.
- (2 puntos) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ dada por $f(x) = |x^3 + 1|$. Decidir si es sobreyectiva y/o inyectiva. Describir las imágenes de todos los intervalos $[a, b]$ de la recta real.
- (1 punto) Demostrar $(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
- (1 punto) Usar el principio de inclusión-exclusión para calcular cuántos naturales n con $1 \leq n \leq 125$ son primos relativos con 70.
- (1 punto) Sea $A = \{f : \{0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{N}\}$ el conjunto de todas las funciones de $\{0, 1, 2\}$ en \mathbb{N} . Demostrar que su cardinal es el de \mathbb{N} .
- (2 puntos) Encontrar todos los números enteros x que cumplen:
 - el resto de dividir x por 3 es 2
 - el resto de dividir x por 5 es 3
 - el resto de dividir x por 7 es 2
- (2 puntos) Hallar el máximo común divisor entre los polinomios $(X^2 - 8)(X^{10} - 1)$ y $X^{14} - 1$ en $\mathbb{C}[X]$.